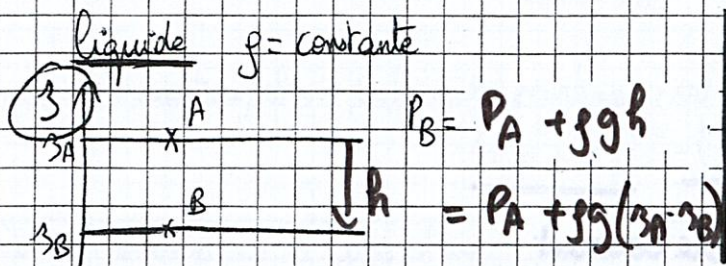


Statique des fluides

• PFSF $\vec{F}_V = \vec{\rho} \vec{g} P$

$\vec{F}_V$ = forces volumiques s'appliquant sur le fluide

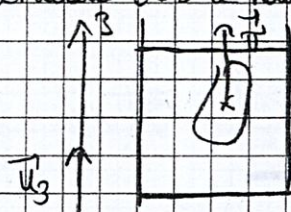
Souvent $\vec{F}_V = \rho \vec{g}$



gaz $g \neq \text{constante}$
utiliser la loi des GP par exemple

• Poussée d'Archimède = résultante des forces de pression d'un fluide sur un corps immergé

= force verticale vers le haut égale en norme au poids du liquide déplacé par le solide



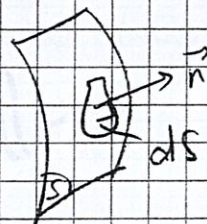
$\vec{F} = \rho \vec{g} V$

point d'application = centre de gravité du fluide déplacé

• Résultante des forces de pression exercée par un fluide sur une paroi

$\vec{R} = \iint_S d\vec{F}(N)$

$d\vec{F}(N) = P(N) dS \vec{n}$



Cinématique des fluides

$\rho = \text{cte} \Rightarrow \frac{d\rho}{dt} = 0$
 $\vec{U}(\vec{x})$
 $\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \vec{0}$
 2/4

- vision lagrangienne $\rightarrow$ on décrit l'histoire d'une particule $x(t)$ $y(t)$ avec $x(t=0) = x_0$ connu

$\leadsto$ notion de **trajectoire** : chemin suivi par une particule de fluide au cours du temps

- vision eulérienne $\rightarrow$ les grandeurs dépendent de la position et de l'espace indépendamment $\vec{U} = \vec{U}(x, y, z, t)$

$\leadsto$ notion de **ligne de courant** : courbe qui, à un instant donné admet comme tangente en chacun de ses points un vecteur vitesse = ligne de champ de $\vec{U}$

en régime stationnaire **ligne de courant = trajectoire**

- dérivée particulaire ou hydrodynamique

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\vec{a}}} &= \frac{d\vec{U}}{dt} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \text{grad}) \vec{U} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla(\vec{U}) \vec{U} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{U}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{U}}{\partial z} u_z \\ &= \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad}(U^2) + \underline{\underline{\text{rot}(\vec{U}) \wedge \vec{U}}} \end{aligned}$$

- débit volumique

$$q_v = \iint_S \vec{U} \cdot \vec{n} ds$$

en $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$

débit massique

$$q_m = \iint_S \rho \vec{U} \cdot \vec{n} ds \quad \text{en } \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

- eq. de continuité ou eq. de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{U}) = 0$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{U} = 0$$

Rq : écoulement incomp

$$\text{div} \vec{U} = 0$$

- ligne de courant $\Rightarrow$ pour un écoulement plan

$$\frac{dx}{U_x} = \frac{dy}{U_y}$$

- écoulement irrotationnel

$$\text{rot} \vec{U} = \vec{0}$$

Dynamique des fluides

- Eq. d'Euler hyp: fluide parfait (non visqueux)

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \vec{f}$$

avec $\vec{f}$ forces massique s'appliquant au fluide

souvent $\vec{f} = -g\vec{u}_3$

- Eq de Bernoulli

hypothèses : ① stat.

③ parfait

⑤ le long d'une l.d.c

② incompressible

④ forces volumiques dérivent d'un potentiel

très souvent $\vec{u}_v = g\vec{u}_3$ et

$$P + \rho g z + \rho \frac{U^2}{2} = K$$

alors $\frac{P}{\rho} + u_0 + \frac{U^2}{2} = K$
 travail par unité de masse des forces de pression → Énergie potentielle massique
 Énergie cinétique massique

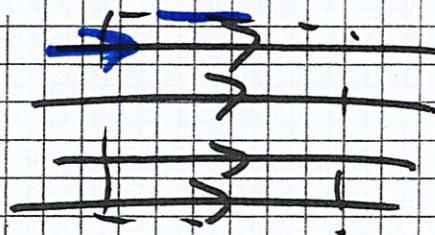
$\vec{u}_3$
vers le haut

Rq: si ec^{lt} instationnaire, on a $\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \cdot d\vec{l} + d\left(\frac{U^2}{2} + u_0 + \frac{P}{\rho}\right) = 0$

- Théorème d'Euler hyp: ec^{lt} incompressible, stationnaire, délimité par une surface de contrôle + parfait

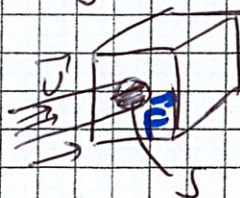
$$\sum \vec{F}_{ext} = \oint_S (\vec{U} \cdot \vec{n}) \vec{U} dS$$

flux de la quantité de mouvement du fluide au travers de la surface de contrôle



- Force d'impactation hydrodynamique

$$F = \rho U^2 S$$



Constantes $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

$P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Outils mathématiques

• coor. cartésiennes $\vec{\nabla} P = \text{grad } P = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{u}_z \rightarrow \text{grad } P \perp \text{aux isobares}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ $\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$

• $\text{div}(\alpha \vec{A}) = \alpha \text{div } \vec{A} + \text{grad } \alpha \cdot \vec{A}$

• si surfaces fermées, les normales sont orientées vers l'extérieur

• dérivées et primitives usuelles

• produit vectoriel

• équations différentielles à variables séparables

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \Rightarrow \frac{dx}{f(x)} = dt$$

• eq. diff. linéaires du 1^{er} ordre à coefficients constants