TP5 - Résonance en courant dans un circuit RLC série

On parle de phénomène de résonance quand, en régime sinusoïdal forcé, une grandeur passe par un maximum pour une certaine valeur de la fréquence excitatrice.

Objectifs du TP :

- Tracer et exploiter un diagramme de Bode
- Etudier le phénomène de résonance
- Construire et exploiter un tableur ;
- Etudier l'influence de la résistance sur la bande passante.

I. Préparation - à réaliser avant le TP

On considère le circuit RLC série de la figure 1 alimenté par une tension sinusoïdale $u(t)$ délivrée par un GBF. $e(t)$ est la force électromotrice du générateur et r sa résistance interne.

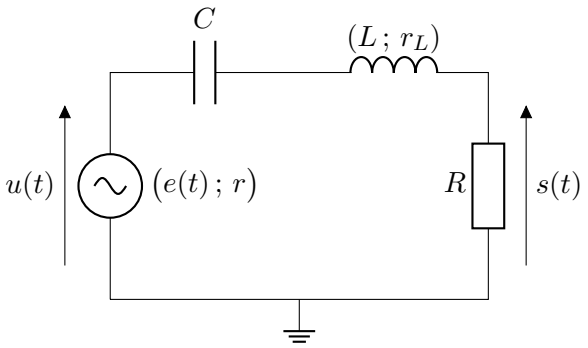


Figure 1 – Circuit RLC série.

QP1. Rappeler le modèle de Thévenin d'un générateur réel de tension $(e(t)\,;\,r)$ et donner sa caractéristique $u = f(i)$, où i est le courant débité.
En déduire dans quelles conditions on peut considérer que $u(t) \simeq e(t)$.

QP2. En notant $\underline{Z}$ l'impédance complexe équivalent du circuit RLC série, exprimer la tension complexe $\underline{u}$ aux bornes du générateur en fonction de sa force électromotrice $\underline{e}$, de sa résistance interne r et de $\underline{Z}$ (faites le schéma électrique équivalent).

QP3. La tension délivrée par le GBF est-elle nécessairement constante lorsque l'on fait varier la fréquence, même lorsque l'amplitude de sa force électromotrice reste constante ? Justifier.

QP4. On suppose que la résistance interne du GBF vaut $r = 50\,\Omega$.
À la résonance, l'impédance du circuit RLC est purement résistive et vaut $Z = R + r_L$. Calculer le rapport des amplitudes U/E pour $R + r_L = 800\,\Omega$, puis pour $R + r_L = 200\,\Omega$. Commenter les résultats.

Pour étudier le comportement du circuit RLC, on souhaite que la tension appliquée à ses bornes ne dépende pas de son impédance. On intercale pour cela un **montage suiveur**, réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel (AO), entre le GBF et le circuit RLC. Ce montage est présenté sur la figure 2.

Un montage suiveur idéal possède deux propriétés essentielles :

- Sa résistance d'entrée est infinie : il ne prélève aucun courant au générateur donc $i_{GBF} = 0$. Il n'y a donc aucune chute de tension dans la résistance interne r d'où $u(t) = e(t)$.

- Sa résistance de sortie est nulle : il impose à sa sortie une tension égale à celle de son entrée, quelle que soit la charge connectée. Le courant nécessaire au RLC est donc fourni par le suiveur et non directement par le GBF. Ainsi, $e(t) = u(t) = u_s(t)$.

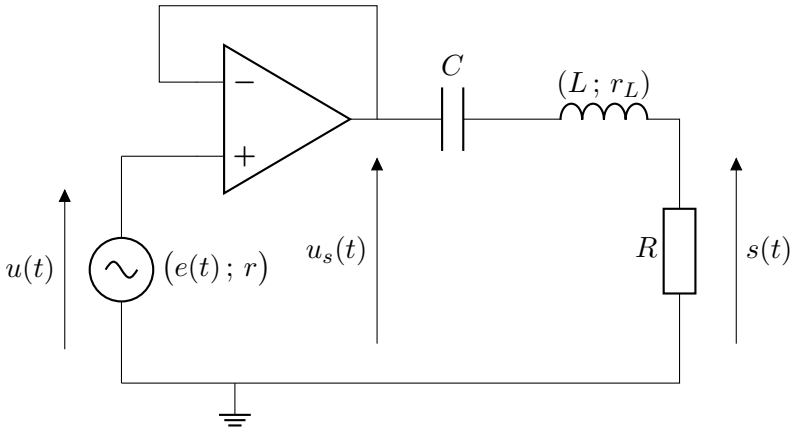


Figure 2 – Circuit RLC série alimenté par un montage suiveur.

On veut étudier l'intensité $i(t)$. Pour cela on observe la tension $s(t)$ aux bornes de R, image de $i(t)$.

QP5. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ en fonction de R, r_L, L, C et ω. Montrer que

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{(R + r_L) + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

QP6. Cette fonction peut se mettre sous forme canonique

$$\underline{H}(jx) = \frac{A_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

Déterminer les expressions de A_0, Q et x en fonction de R, r_L, L, C et de la fréquence f.
On pose $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$. Déterminer l'expression de ω_0 et f_0.

QP7. Préciser les limites de la fonction de transfert en 0 et en l'infini. En déduire la nature de ce filtre : passe-bas, passe-haut, passe-bande ou réjecteur de bande (chapitre 5). Quel est son ordre ?

QP8. Donner les expressions du module $|\underline{H}|$, du gain G_{dB} et du déphasage $\varphi = \arg(\underline{H})$.
Montrer que $|\underline{H}|$ passe par un maximum H_r pour une pulsation ω_r ou fréquence f_r qu'on exprimera en fonction de f_0.
Le circuit est alors à la résonance d'intensité, f_r est la fréquence de résonance.

QP9. Déterminer l'expression de la bande passante Δf à -3 dB. Que vaut le déphasage φ_r de s par rapport à u à la résonance ?

II. Tableur – à réaliser pendant le TP (60 à 75 min)

Organisation : les deux membres du binôme travaillent séparément. L'étudiant A construit le tableur du TP5 ; l'étudiant B construit le tableur de préparation du TP6. Les fichiers sont échangés et présentés au retour en binôme.

Organisation : les deux membres du binôme travaillent séparément. L'étudiant A construit le tableur du TP5 ; l'étudiant B construit le tableur de préparation du TP6. Les fichiers sont échangés et présentés au retour en binôme. Aucun fichier pré-rempli n'est fourni.

Une fiche d'aide pour superposer des courbes et gérer les options d'affichage d'un graphique sous LibreOffice Calc est disponible sur Moodle.

1. Construction d'un diagramme de Bode avec LibreOffice Calc

L'objectif est de construire un tableur permettant de calculer et de représenter la réponse fréquentielle théorique d'un filtre. Ce fichier sera réutilisé pour comparer les prévisions théoriques aux mesures expérimentales.

Données propres à chaque étudiant

- **Étudiant A – TP5**, filtre RLC où la tension de sortie est mesurée aux bornes de la résistance R.

$$H_A(j\omega) = \frac{R}{(R + r_L) + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

  Pour commencer, on pourra utiliser les valeurs suivantes : $L = 40\,\text{mH}$, $R + r_L = 800\,\Omega$ et $C = 1\,\mu\text{F}$. Comme r_L est la résistance interne de la bobine, r_L est nettement inférieur à R. La plage de fréquences est comprise entre 100 Hz et 10 000 Hz.

- **Étudiant B – TP6**, filtre RLC où la tension de sortie est mesurée aux bornes du condensateur C.

$$H_B(j\omega) = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + j(R + r_L)C\omega}$$

  Pour commencer, utiliser les valeurs suivantes : $L = 40\,\text{mH}$, $r_L = 20\,\Omega$, $R = 2200\,\Omega$ et $C = 6.8\,\text{nF}$.
  La plage de fréquences est comprise entre 100 Hz et 1 000 000 Hz.

Prise en main du tableur

QT1. Ouvrir LibreOffice Calc et créer un nouveau classeur.

Enregistrer immédiatement le fichier sous le nom `TP5_Bode_Nom1_Nom2.ods` pour l'étudiant A, ou `TP6_Bode_Nom1_Nom2.ods` pour l'étudiant B.

Enregistrer régulièrement votre travail (utiliser `CTRL+s`).

QT2. Renommer la première feuille `RLC série` pour l'étudiant A ou `ADSL Théorie` pour l'étudiant B.

Pour cela, effectuer un clic droit sur l'onglet de la feuille, en bas de la fenêtre, puis choisir « Renommer la feuille ».

QT3. Créer un tableau contenant les paramètres du circuit : R, r_L, L et C.

Pour chaque paramètre, prévoir une cellule contenant son nom, une cellule contenant sa valeur numérique et une cellule indiquant son unité.

On pourra utiliser la colonne A pour le nom des paramètres, la colonne B pour leurs valeurs numériques et la colonne C pour leurs unités.

QT4. Sous ce tableau, créer les colonnes suivantes :

- Fréquence f (Hz) ;
- Pulsation ω (rad/s) ;
- Module de la fonction de transfert $|H(j\omega)|$;
- Gain G_{dB} (dB) ;
- Phase φ (°).

On pourra faire commencer ce tableau à la ligne 7.

QT5. Pour construire le diagramme de Bode, on souhaite répartir les fréquences avec $N = 20$ intervalles par décade.

Quelle relation doit vérifier la raison q d'une suite géométrique $f_{n+1} = qf_n$ pour que la fréquence soit multipliée par 10 après N intervalles ?

En déduire une formule à saisir dans LibreOffice Calc pour générer automatiquement les fréquences.

Entrer en `A8` la première valeur de fréquence.

Calcul du gain théorique et du déphasage

Dans un tableur, une formule commence toujours par le signe `=`.

QT6. Dans la cellule B8, saisir une formule permettant de calculer la pulsation ω à partir de la fréquence f contenue dans la cellule A8.

Recopier cette formule sur l'ensemble de la colonne B.

QT7. Rappeler l'expression du module de la fonction de transfert $|H(j\omega)|$ du filtre étudié.

En déduire la formule à saisir dans la cellule C8, en utilisant les valeurs des composants contenues dans les cellules B2 à B5.

Recopier la formule de C8 dans les cellules suivantes de la colonne C.

Les résultats obtenus sont-ils corrects ? Observer comment les références aux cellules ont évolué lors de la recopie.

QT8. Pour conserver une référence à une cellule lors de la recopie d'une formule, on utilise le symbole `$`.

Par exemple, `$B$2` désigne toujours la cellule B2, quelle que soit la position de la formule.

Modifier la formule de C8 en utilisant des **références absolues** pour les paramètres du circuit, puis la recopier sur l'ensemble de la colonne C.

QT9. Écrire dans la cellule D8 une formule permettant de calculer le gain en décibels, puis la recopier sur l'ensemble de la colonne D.

QT10. Écrire dans la cellule E8 une formule permettant de calculer le déphasage en degrés, puis la recopier sur l'ensemble de la colonne E.

Dans LibreOffice Calc, la fonction `ATAN()` renvoie un angle en radians et la fonction `DEGRES()` permet de le convertir en degrés.

Étudiant B : La fonction `ATAN2(X;Y)` de LibreOffice Calc permet de calculer un angle en radian en tenant compte de son quadrant. Les arguments X et Y correspondent respectivement à la partie réelle et à la partie imaginaire.

Construction du diagramme de Bode

QT11. On souhaite maintenant représenter le gain G_{dB} en fonction de la fréquence f.

- Sélectionner les données des colonnes A et D, puis utiliser le menu « Insertion / Diagramme ».
- Choisir un graphique de type **XY (dispersion)**, avec des points reliés par une ligne ou une ligne simple.

  Lorsqu'un graphique est créé, on peut modifier son type en faisant un double clic sur le graphique pour accéder à ses propriétés puis un clic droit avec `type de diagramme`.

Pour sélectionner des colonnes qui ne sont pas adjacentes, utiliser la touche Ctrl enfoncée lors de la sélection. Vérifier que Calc utilise bien la colonne A comme valeurs de l'axe X.

QT12. Ajouter un titre au graphique et nommer les deux axes en précisant leurs unités.

Modifier ensuite les propriétés de l'axe des abscisses pour utiliser une **échelle logarithmique**.

Double clic sur l'axe des abscisses.

Vérifier que les fréquences sont correctement réparties sur l'axe horizontal.

QT13. Construire un second graphique représentant le déphasage φ (en degrés) en fonction de la fréquence f. Utiliser également une échelle logarithmique pour l'axe des abscisses.

QT14. Observer les diagrammes de Bode obtenus.

Étudiant A : repérer la fréquence de résonance f_r sur le diagramme de gain. Quelle est la valeur du déphasage à cette fréquence ?

Étudiant B : repérer la fréquence propre f_0 du filtre et observer l'évolution du gain aux basses et aux hautes fréquences. A quel type de filtre correspond ce diagramme ?

QT15. Modifier la valeur de la résistance R dans le tableau des paramètres du circuit.

Observer l'évolution du diagramme de gain.

Étudiant A : commenter l'évolution du gain maximal et de la largeur de la bande passante.

Étudiant B : commenter l'évolution du gain au voisinage de la fréquence propre et de la sélectivité du filtre.

QT16. Préparation des mesures expérimentales : étudiant A et B (ou étudiant A seul en fonction du temps).

Créer une nouvelle feuille dans le classeur et la nommer `Mesures`.

Préparer un tableau contenant les colonnes suivantes :

- Fréquence f (Hz) ;
- Amplitude crête à crête de la tension d'entrée E_{cc} (V) ;
- Amplitude crête à crête de la tension de sortie S_{cc} (V) ;
- Gain expérimental $G_{\text{dB,exp}}$ (dB) ;
- Déphasage expérimental φ_{exp} (°) (déterminé avec le menu `mesure` de l'oscilloscope).

Écrire les formules permettant de calculer automatiquement le gain à partir des mesures effectuées à l'oscilloscope.

Mise en commun des résultats

À la fin du travail individuel, échanger les fichiers avec votre binôme.

Présenter brièvement le fonctionnement de votre tableur, les paramètres modifiables et les diagrammes obtenus.

Conserver les deux fichiers : ils seront utilisés pour la suite du TP5 et lors du TP6.

III. Manipulations

- Réaliser le montage Figure 2 avec $L = 40\,\text{mH}$, $C = 1\,\mu\text{F}$ et R une résistance variable réglée de sorte que $R + r_L = 800\,\Omega$.
- Régler le générateur sur un signal sinusoïdal de fréquence $f = 100\,\text{Hz}$ et d'amplitude à votre choix.
- Visualiser à l'oscilloscope $u_s(t)$ en voie 1 et $s(t)$ en voie 2.

ATTENTION : Allumer le +/- 10 V de la platine pour alimenter l'amplificateur opérationnel.

QM1. Faire varier f de 100 Hz à 10 kHz en observant les signaux. Décrire les variations de l'amplitude de $s(t)$ quand f augmente. Le montage fonctionne-t-il correctement ?

QM2. Trouver la fréquence de résonance en intensité f_r du circuit (on cherchera la fréquence pour laquelle l'amplitude S_{max} de $s(t)$ est maximale).

Mesurer le déphasage φ_r de $s(t)$ par rapport à $e(t)$ à la résonance.

Comparer ces valeurs aux valeurs théoriques grâce aux expressions déterminées en QP9 et QP10.

QM3. On fera pour $s(t)$ et $e(t)$ des mesures d'amplitude crête à crête (cc) en utilisant le menu Mesures de l'oscilloscope.

Relever E_{cc} et S_{cc} pour un nombre limité de fréquences judicieusement réparties entre 100 Hz et 10 kHz, avec davantage de points près de la résonance et des fréquences de coupure.

Mesurer également le déphasage de $s(t)$ par rapport à $e(t)$ lorsque cela est possible (la voie 1 sert de référence de phase).

Reporter les valeurs mesurées dans la feuille `Mesures` du tableur TP5 préparé précédemment.

Compléter progressivement les diagrammes de Bode avec les points expérimentaux et comparer les résultats aux prévisions théoriques.

QM4. Déterminer expérimentalement les deux fréquences de coupure à $-3\,\mathrm{dB}$, puis la bande passante Δf. Estimer une incertitude de lecture et comparer à la théorie.

QM5. Régler maintenant $R+r_L = 200\,\Omega$. Mesurer la nouvelle fréquence de résonance et les deux fréquences de coupure. Comparer f_r, Q et Δf aux résultats précédents et aux prévisions théoriques. Interpréter les résultats.