Dénombrement

Jourd'huy

4 septembre 2023

Poincaré

Propriétés

- $card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$

Poincaré

Propriétés

- $card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$
- $card\left(\bigcup_{i=1}^{p} E_i\right) = \sum_{i=1}^{p} card(E_i) - \sum_{i \neq j} card(E_i \cap E_j) + \sum_{i \neq j; i \neq k; j \neq k} card(E_i \cap E_j \cap E_k) + \cdots + (-1)^p card\left(\bigcap_{i=1}^{p} E_i\right)$

Poincaré

Propriétés

- $card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$
- $card\left(\bigcup_{i=1}^{p} E_i\right) = \sum_{i=1}^{p} card(E_i) - \sum_{i \neq j} card(E_i \cap E_j) + \sum_{i \neq j; i \neq k; j \neq k} card(E_i \cap E_j \cap E_k) + \cdots + (-1)^p card\left(\bigcap_{i=1}^{p} E_i\right)$

Exemple

Si E, F et G sont trois ensembles finis tels que $card(E) = 20$, $crad(F) = 15$, $card(G) = 32$, $card(E \cap F) = 7$, $card(E \cap G) = 5$, $card(F \cap G) = 11$ et $card(E \cap F \cap G) = 2$
On a alors
$card(E \cup F \cup G) =$

Poincaré

Propriétés

- $card(E \cup F) = card(E) + card(F) - card(E \cap F)$
- $card\left(\bigcup_{i=1}^{p} E_i\right) = \sum_{i=1}^{p} card(E_i) - \sum_{i \neq j} card(E_i \cap E_j) + \sum_{i \neq j; i \neq k; j \neq k} card(E_i \cap E_j \cap E_k) + \cdots + (-1)^p card\left(\bigcap_{i=1}^{p} E_i\right)$

Exemple

Si E, F et G sont trois ensembles finis tels que $card(E) = 20$, $crad(F) = 15$, $card(G) = 32$, $card(E \cap F) = 7$, $card(E \cap G) = 5$, $card(F \cap G) = 11$ et $card(E \cap F \cap G) = 2$
On a alors
$card(E \cup F \cup G) = 20 + 15 + 332 - 7 - 5 - 11 + 2 = 46$

Produit cartésien

Définition

Le produit cartésien de deux ensembles finis E et F est l'ensemble $E \times F = \{(x, y), x \in E, y \in F\}$

Produit cartésien

Définition

Le produit cartésien de deux ensembles finis E et F est l'ensemble $E \times F = \{(x, y), x \in E, y \in F\}$

Propriété

Si E et F sont deux ensembles finis alors
$card(E \times F) = card(E) \times card(F)$

Produit cartésien

Définition

Le produit cartésien de deux ensembles finis E et F est l'ensemble $E \times F = \{(x, y), x \in E, y \in F\}$

Propriété

Si E et F sont deux ensembles finis alors
$card(E \times F) = card(E) \times card(F)$

Exemple

Dans une classe, il y a 17 filles (ensemble F) et 18 garçons (ensemble G). Le nombre de couples qu'on peut former est donc

Produit cartésien

Définition

Le produit cartésien de deux ensembles finis E et F est l'ensemble $E \times F = \{(x, y), x \in E, y \in F\}$

Propriété

Si E et F sont deux ensembles finis alors $card(E \times F) = card(E) \times card(F)$

Exemple

Dans une classe, il y a 17 filles (ensemble F) et 18 garçons (ensemble G). Le nombre de couples qu'on peut former est donc $card(F \times G) = card(F) \times card(G)$

Produit cartésien

Définition

Le produit cartésien de deux ensembles finis E et F est l'ensemble $E \times F = \{(x, y), x \in E, y \in F\}$

Propriété

Si E et F sont deux ensembles finis alors
$card(E \times F) = card(E) \times card(F)$

Exemple

Dans une classe, il y a 17 filles (ensemble F) et 18 garçons (ensemble G). Le nombre de couples qu'on peut former est donc $card(F \times G) = card(F) \times card(G) = 17 \times 18 = 306$

Tirages

Type de tirage	Ordre	Répétitions	Nom	Dénombrement
Successif avec remise	On tient compte de l'ordre	Un élément peut être tiré plusieurs fois	p-liste	n^p
Successif sans remise		Un élément n'est tiré qu'une fois	Arrangement	$\frac{n!}{(n-p)!}$
Simultané	L'ordre ne compte pas		Combinaison	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Tirages

Type de tirage	Ordre	Répétitions	Nom	Dénombrement
Successif avec remise	On tient compte de l'ordre	Un élément peut être tiré plusieurs fois	p-liste	n^p
Successif sans remise		Un élément n'est tiré qu'une fois	Arrangement	$\frac{n!}{(n-p)!}$
Simultané	L'ordre ne compte pas		Combinaison	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Exemple

- Dans une classe de 32 élèves, un professeur de mathématiques décide d'interroger tous les jours un élève au hasard. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?

Tirages

Type de tirage	Ordre	Répétitions	Nom	Dénombrement
Successif avec remise	On tient compte de l'ordre	Un élément peut être tiré plusieurs fois	p-liste	n^p
Successif sans remise		Un élément n'est tiré qu'une fois	Arrangement	$\frac{n!}{(n-p)!}$
Simultané	L'ordre ne compte pas		Combinaison	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Exemple

- Dans une classe de 32 élèves, un professeur de mathématiques décide d'interroger tous les jours un élève au hasard. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?
  On a $32^3 = 32\,768$ triplets possibles

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?

  arrangements possibles

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?
  On $\frac{32!}{(32-3)!} = \frac{32!}{29!} = 32 \times 31 \times 30 = 29\,760$ arrangements possibles

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?
  On $\frac{32!}{(32-3)!} = \frac{32!}{29!} = 32 \times 31 \times 30 = 29\,760$ arrangements possibles
- l'enseignant décide maintenant de choisir le lundi 3 élèves différents pour la semaine et de les laisser choisir l'ordre de passage. Combien de groupe de 3 élèves peut-il choisir ?

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?
  On $\frac{32!}{(32-3)!} = \frac{32!}{29!} = 32 \times 31 \times 30 = 29\,760$ arrangements possibles
- l'enseignant décide maintenant de choisir le lundi 3 élèves différents pour la semaine et de les laisser choisir l'ordre de passage. Combien de groupe de 3 élèves peut-il choisir ?

  combinaisons possibles

Tirages

Exemples

- Le professeur de mathématiques décide de ne pas prendre deux fois le même élève. En 3 jours combien de triplets d'élèves peut-on avoir ?
  On $\frac{32!}{(32-3)!} = \frac{32!}{29!} = 32 \times 31 \times 30 = 29\,760$ arrangements possibles
- l'enseignant décide maintenant de choisir le lundi 3 élèves différents pour la semaine et de les laisser choisir l'ordre de passage. Combien de groupe de 3 élèves peut-il choisir ?
  On a $\binom{32}{3} = 4\,960$ combinaisons possibles

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

— — — — — — — — —

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A et donc choisir 4 places parmi 7 soit $\binom{7}{4} = 35$
- Il faut placer la lettre R

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A et donc choisir 4 places parmi 7 soit $\binom{7}{4} = 35$
- Il faut placer la lettre R et donc choisir parmi 3 places
- Il faut placer les lettre P

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A et donc choisir 4 places parmi 7 soit $\binom{7}{4} = 35$
- Il faut placer la lettre R et donc choisir parmi 3 places
- Il faut placer les lettre P et donc utiliser les 2 places restantes. On n'a qu'un seul choix

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A et donc choisir 4 places parmi 7 soit $\binom{7}{4} = 35$
- Il faut placer la lettre R et donc choisir parmi 3 places
- Il faut placer les lettre P et donc utiliser les 2 places restantes. On n'a qu'un seul choix

Le nombre d'anagrammes est donc de

Anagrammes

Exemple

On souhaite déterminer le nombre d'anagrammes du mot BARBAPAPA.

Une anagramme est donc un mot de 9 lettres :

_ _ _ _ _ _ _ _ _

- Il faut placer les lettre B et donc choisir 2 places parmi 9 soit $\binom{9}{2} = 36$
- Il faut placer les lettre A et donc choisir 4 places parmi 7 soit $\binom{7}{4} = 35$
- Il faut placer la lettre R et donc choisir parmi 3 places
- Il faut placer les lettre P et donc utiliser les 2 places restantes. On n'a qu'un seul choix

Le nombre d'anagrammes est donc de $36 \times 35 \times 3 \times 1 = 3780$