Probabilités et dénombrement

Jourd'huy

13 juillet 2020

Opérations sur les événements

Définitions

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

- $x \in \overline{A} = A^c \Leftrightarrow x \notin A$
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B$
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$
- $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Exemples

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes et on donne :
A : "On tire un cœur" et B : "On tire un valet"
On a alors

- $A \cup B$:

Définitions

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

- $x \in \overline{A} = A^c \Leftrightarrow x \notin A$
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B$
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$
- $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Exemples

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes et on donne :
A : "On tire un cœur" et B : "On tire un valet"
On a alors

- $A \cup B$: "On tire un cœur **ou** un valet"
- $A \cap B$:

Opérations sur les événements

Définitions

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

- $x \in \overline{A} = A^c \Leftrightarrow x \notin A$
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B$
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$
- $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Exemples

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes et on donne :
A : "On tire un cœur" et B : "On tire un valet"
On a alors

- $A \cup B$: "On tire un cœur **ou** un valet"
- $A \cap B$: "On tire le valet de cœur"
- $\overline{B}$:

Opérations sur les événements

Définitions

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

- $x \in \overline{A} = A^c \Leftrightarrow x \notin A$
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B$
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$
- $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Exemples

On tire une carte dans un jeu de 52 cartes et on donne :
A : "On tire un cœur" et B : "On tire un valet"
On a alors

- $A \cup B$: "On tire un cœur **ou** un valet"
- $A \cap B$: "On tire le valet de cœur"
- $\overline{B}$: "On ne tire pas de valet"

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique".

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

- $card(A) = \binom{4}{1}$

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

- $card(A) = \binom{4}{1} \times \binom{4}{2}$

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

- $card(A) = \binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{44}{2} = 22\,704$ donc $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{22\,704}{2\,598\,960} \simeq 0,009$

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

- $card(A) = \binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{44}{2} = 22\,704$ donc $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)} = \dfrac{22\,704}{2\,598\,960} \simeq 0,009$
- $\overline{B}$: "On ne tire aucun as" donc $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 -$

Équiprobabilité

Propriété

Si A est un événement d'un univers Ω fini et qu'on a équiprobabilité alors $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)}$

Exemple

On tire 5 cartes dans un jeu de 52 cartes et on donne A : "On tire exactement 1 valet et 2 as" et B : "On tire au moins un pique". Si Ω est l'univers alors $card(\Omega) = \binom{52}{5} = 2\,598\,960$

- $card(A) = \binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{44}{2} = 22\,704$ donc $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)} = \dfrac{22\,704}{2\,598\,960} \simeq 0,009$
- $\overline{B}$: "On ne tire aucun as" donc $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \dfrac{575\,757}{2\,598\,960} \simeq 0,778$ car $card(\overline{B}) = \binom{39}{5} = 575\,757$

Poincaré

Propriétés

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Poincaré

Propriétés

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \neq j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i\neq j; i\neq k; j\neq k} P(A_i \cap A_j \cap A_k) + \cdots + (-1)^n P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)$