Correction

Exercice : Résolution d'un réseau en représentation complexe

1) En représentation complexe, on a $\underline{u} = U_{max}exp(j\omega t)$
En utilisant les impédances complexes des différents dipôles, on a :
$\underline{i_c} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{Z_C}} = \underline{u}jC\omega$ et donc $\boxed{\underline{i_c} = jC\omega U_{max}exp(j\omega t)}$ et

$\underline{i_L} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{Z_L} + \underline{Z_R}} = \dfrac{\underline{u}}{jL\omega + R}$ et donc $\boxed{\underline{i_L} = \dfrac{U_{max}exp(j\omega t)}{jL\omega + R}}$

• **Amplitudes :**
L'amplitude du signal temporel est égal au module de la représentation complexe du signal associé.
$I_{C,max} = |\underline{i_c}| = |jC\omega U_{max}exp(j\omega t)|$ et donc : $\boxed{I_{C,max} = U_{max}C\omega}$

$$I_{L,max} = |\underline{i_L}| = \left|\frac{U_{max}exp(j\omega t)}{jL\omega + R}\right| = \frac{|U_{max}exp(j\omega t)|}{|jL\omega + R|} = \frac{U_{max}}{\sqrt{(L\omega)^2 + R^2}}$$

Applications numériques : $\boxed{I_{C,max}= 3{,}8 \text{ mA et } I_{L,max} = 59{,}3 \text{ mA}}$

• **Phases instantanées :**
$\arg(\underline{i_c}) = \arg(jC\omega U_{max}exp(j\omega t)) = \arg(jC\omega) + \arg(\underline{u}) = \omega t + \dfrac{\pi}{2}$
Si ψ_C est le déphasage de $i_c(t)$ par rapport à $u(t)$, on a donc $\boxed{\psi_C = \dfrac{\pi}{2}}$

De même : $\arg(\underline{i_L}) = \arg\left(\dfrac{U_{max}exp(j\omega t)}{jL\omega + R}\right) = \arg(\underline{u}) - \arg(jL\omega + R) = \omega t - \arctan(L\omega/R)$ puisque $R > 0$
et donc $\boxed{\psi_L = -\arctan(L\omega/R)}$ AN : $\boxed{\psi_L = -0{,}15 \text{ rad} = \text{-9 °}}$

2) D'après la loi des noeuds que l'on écrit directement avec les représentations complexes, on a
$$\underline{i} = \underline{i_L} + \underline{i_c} = jC\omega U_{max}exp(j\omega t) + \frac{U_{max}exp(j\omega t)}{jL\omega + R} = U_{max}exp(j\omega t)\left(jC\omega + \frac{1}{jL\omega + R}\right)$$

• **Amplitude** $\underline{i} = \dfrac{U_{max}exp(j\omega t)}{R + jL\omega}(1 - LC\omega^2 + jRC\omega)$

Et donc $\boxed{I_{max} = |\underline{i}| = U_{max}\dfrac{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}}$ AN : $\boxed{I_{max} = 58{,}8 \text{ mA}}$

⚠La loi des noeuds n'est valable que pour les représentations complexes ! On a bien
$i(t) = i_L(t) + i_C(t)$ et $\underline{i} = \underline{i_L} + \underline{i_c}$ MAIS $I_{max} \neq I_{C,max} + I_{L,max}$

• **Phase instantanée :** $\arg(\underline{i}) = \omega t + \arg((1 - LC\omega^2 + jRC\omega)) - \arg(R + jL\omega)$
On a $1 - LC\omega^2 \approx 0{,}99 > 0$ et donc $\boxed{\psi = \arctan\left(\dfrac{RC\omega}{1 - LC\omega^2}\right) - \arctan(L\omega/R)}$
AN : $\boxed{\psi = -0{,}097 \text{ rad} = \text{-5,6°}}$