

# REDUCTEURS et BOITES de VITESSES



André MEYER

v1 - juin 2020



# 1 Présentation

Nous voulons étudier la transmission de mouvement rotatif entre un moteur et un récepteur.

Le moteur peut être de nature électrique, thermique, hydraulique... La grandeur principale qui dimensionne un moteur est sa puissance  $P_e$  qui est le produit de sa vitesse angulaire  $\omega_e$  et du couple délivré  $C_e$ . Quelle que soit la nature de l'énergie employée, les moteurs délivrent en général une vitesse  $\omega_e$  élevée pour un couple moteur  $C_e$  relativement faible.

La nature du récepteur peut être extrêmement variable : roue de véhicule, hélice, générateur électrique, machine industrielle... Les caractéristiques de couple et de vitesse sont elles aussi très variables mais en général la vitesse de rotation  $\omega_s$  est inférieure à  $\omega_e$  et le couple  $C_s$  est plus élevé que  $C_e$ .

L'organe de transmission de puissance est donc un organe qui permet de transférer la puissance entre le moteur et le récepteur en réduisant la vitesse et en augmentant de manière inversement proportionnelle le couple. On parle donc d'un « réducteur de vitesse ».

Quelques cas particuliers notables échappent au principe de réduction de la vitesse. Pour le vélo par exemple, le récepteur (la roue) tourne environ 2 à 4 fois plus vite que le moteur (le pédalier). De même pour une éolienne, la turbine qui se situe dans la nacelle tourne environ 100 fois plus vite que l'hélice. Dans ce cas l'organe de transmission est appelé « multiplicateur de vitesse ».

Au cours de cette transmission, la perte de puissance doit être la plus faible possible. Elle sera caractérisée par un rendement  $\eta$  le plus proche possible de 1.

$$C_s \omega_s = \eta C_e \omega_e$$

Différents principes sont utilisés pour la transmission. On peut citer :

- la friction (par exemple le galet de transmission d'un cyclo-moteur de type Solex)
- la chaîne (par exemple la chaîne de vélo)
- la courroie
- l'engrenage
- la transmission hydraulique (par exemple dans les engins de chantier)

Les critères qui permettent de choisir ce principe sont :

- le rendement
- la puissance transmissible
- la plage de réduction possible
- la facilité de construction
- le coût

Nous restreignons l'étude aux systèmes à engrenages qui représentent un choix optimal en termes de rendement ( $0,95 < \eta < 0,99$ ) et de puissance transmissible. Nous allons d'abord étudier les réducteurs dont le rapport entre l'entrée et la sortie est fixe puis nous étudierons les boîtes de vitesses qui permettent de modifier le rapport de réduction.

## 2 Réducteur à axes fixes

Un réducteur à axes fixes comporte un ou plusieurs engrenages mis en série ou en parallèle. Ces engrenages tournent tous autour d'axes fixes au bâti.

### 2.1 Relation cinématique

Le rapport  $r$  des vitesses est appelé « raison du train d'engrenage » Il est le rapport du nombre de dents des engrenages :

$$r = \frac{\omega_s}{\omega_e} = (-1)^i \frac{\prod Z_{menant}}{\prod Z_{mené}}$$

Un engrenage extérieur change le sens de rotation alors qu'un engrenage intérieur le laisse inchangé. Le paramètre  $i$  correspond donc au nombre de contacts extérieurs.

## 2.2 Rendement d'un train

La vitesse n'est pas affectée par la perte de puissance de la transmission. Cette perte est entièrement imputée au couple. On a donc :

$$\frac{C_s}{C_e} = \frac{\eta}{r}$$

Dans le cas d'engrenages mis en série, le rendement global est le produit des rendements unitaires. Dans le cas d'engrenages en parallèle le rendement global est la moyenne des rendements unitaires.

## 2.3 Exemples

	$\begin{cases} \frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{Z_1}{Z_2} \\ \frac{C_s}{C_e} = -\eta_{12} \frac{Z_2}{Z_1} \end{cases}$
	$\begin{cases} \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_1}{Z_2} \\ \frac{C_s}{C_e} = \eta_{12} \frac{Z_2}{Z_1} \end{cases}$
	$\begin{cases} \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_1}{Z_3} \\ \frac{C_s}{C_e} = \eta_{12}\eta_{23} \frac{Z_3}{Z_1} \end{cases}$
	$\begin{cases} \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} \\ \frac{C_s}{C_e} = \eta_{12}\eta_{34} \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \end{cases}$
	$\begin{cases} Z_2' = Z_2 \\ Z_3' = Z_3 \\ \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} \\ \frac{C_s}{C_e} = \frac{\eta_{12}\eta_{34} + \eta_{12}'\eta_{3'4}}{2} \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \end{cases}$

### 3 Réducteur épicycloïdal

Un train d'engrenages est épicycloïdal si un ou plusieurs pignons intermédiaires tournent autour d'un axe mobile par rapport au bâti. Ces pignons sont appelés « satellites » et l'axe mobile est appelé « porte-satellite ». Les pignons qui ne sont pas montés sur le porte-satellite sont appelés « planétaires ».

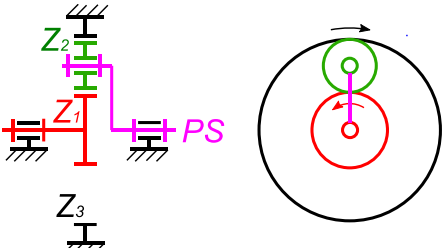
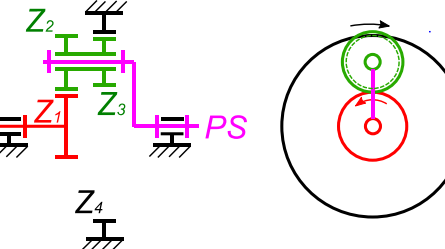
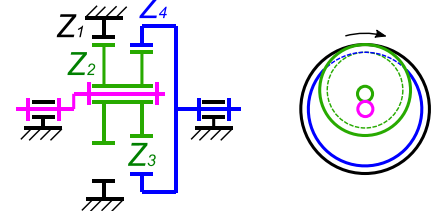
Pour étudier un train épicycloïdal, il faut tout d'abord identifier l'entrée et la sortie du train. La difficulté est que cette entrée et cette sortie ne sont pas nécessairement les entrée et sortie effectives du mécanisme. L'entrée et la sortie du train sont les 2 extrémités de la chaîne d'engrenages. Ils sont nécessairement planétaires.

#### 3.1 Relation cinématique : formule de Willis

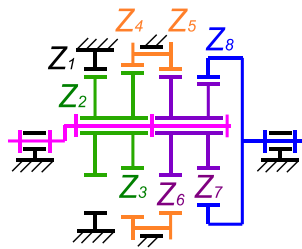
Lorsque les entrée, sortie et porte-satellite sont identifiés, on se place dans un repère lié au porte-satellite. Dans ce repère on voit tourner les pignons autour d'axes fixes. On peut donc écrire :

$$\frac{\omega_s / \omega_{ps}}{\omega_e / \omega_{ps}} = \frac{\omega_s - \omega_{ps}}{\omega_e - \omega_{ps}} = r$$

#### 3.2 Exemples

	<p>Entrée = 1 Sortie = 3 = bâti</p> $\frac{-\omega_{ps}}{\omega_e - \omega_{ps}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$
	<p>Entrée = 1 Sortie = 4 = bâti</p> $\frac{-\omega_{ps}}{\omega_e - \omega_{ps}} = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$
	<p>Entrée = 1 = bâti Sortie = 4</p> $\frac{\omega_s - \omega_{ps}}{-\omega_{ps}} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$

Application numérique



Soit le réducteur ci-dessus avec  $Z_1=20$ ,  $Z_2=14$ ,  $Z_3=15$ ,  $Z_4=21$ ,  $Z_5=19$ ,  $Z_6=14$ ,  $Z_7=13$ ,  $Z_8=18$ .

L'entrée est le planétaire  $Z_1$  relié au bâti. La sortie est le planétaire  $Z_8$  qui est aussi la sortie effective du mécanisme. Le porte-satellite est l'entrée effective du mécanisme. La formule de Willis donne :

$$\frac{\omega_s - \omega_{ps}}{-\omega_{ps}} = \frac{20 \times 15 \times 19 \times 13}{14 \times 21 \times 14 \times 18} = \frac{6175}{6174}$$

D'où :

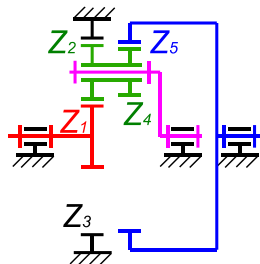
$$\frac{\omega_s}{\omega_{ps}} = -\frac{1}{6174}$$

Cette construction très compacte permet, grâce au mouvement épicycloïdal, d'obtenir une très forte réduction.

### 3.3 Trains imbriqués

Certaines constructions sont composées de plusieurs trains épicycloïdaux imbriqués. Les trains imbriqués s'identifient par le fait qu'ils comptent plus que 2 planétaires d'entrée/sortie et plusieurs « chemins » les reliant. Le porte-satellite est par contre commun à tous les trains.

L'exemple ci-dessous comporte le train T1 dont l'entrée est  $Z_1$  et la sortie est  $Z_3$  et le train T2 dont l'entrée est  $Z_1$  et la sortie est  $Z_5$ . On peut remplacer T1 ou T2 par le train T3 dont l'entrée serait  $Z_3$  et la sortie  $Z_5$ .



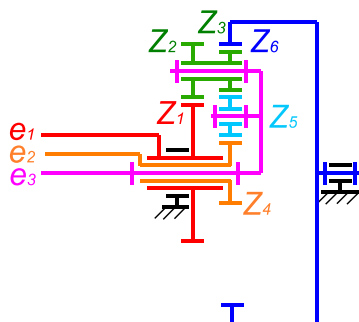
Il faut écrire la relation de Willis pour chacun de ces trains :

$$\begin{cases} \frac{-\omega_{ps}}{\omega_e - \omega_{ps}} = -\frac{Z_1}{Z_3} \\ \frac{\omega_s - \omega_{ps}}{\omega_e - \omega_{ps}} = -\frac{Z_1 Z_4}{Z_2 Z_5} \end{cases}$$

En substituant  $\omega_{ps}$  on trouve :

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{Z_1(Z_2 Z_5 - Z_3 Z_4)}{Z_2 Z_5 (Z_1 + Z_3)}$$

Le second exemple est le « train de Ravigneaux ». Ce train est le cœur d'une boîte de vitesse automatique que nous étudierons au paragraphe 4.4. Il est composé du train T1 de raison négative dont l'entrée est  $Z_1$  et la sortie est  $Z_6$ , et du train T2 de raison positive dont l'entrée est  $Z_4$  et la sortie est  $Z_6$ .



### 3.4 Etude énergétique

Un train épicycloïdal comporte 3 organes mobiles : l'entrée, la sortie et le porte-satellite. Nous avons une équation cinématique qui relie ces 3 organes (la formule de Willis). Il reste donc une mobilité (un degré de liberté) dans le mécanisme. Nous avons alors 3 configurations.

#### 3.4.1 Fonctionnement en réducteur

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré des exemples où un des planétaires d'entrée ou de sortie est relié au bâti. Cette liaison supprime une mobilité. La formule de Willis détermine alors de façon univoque, la sortie en fonction de l'entrée.

#### 3.4.2 Fonctionnement en collecteur de puissance

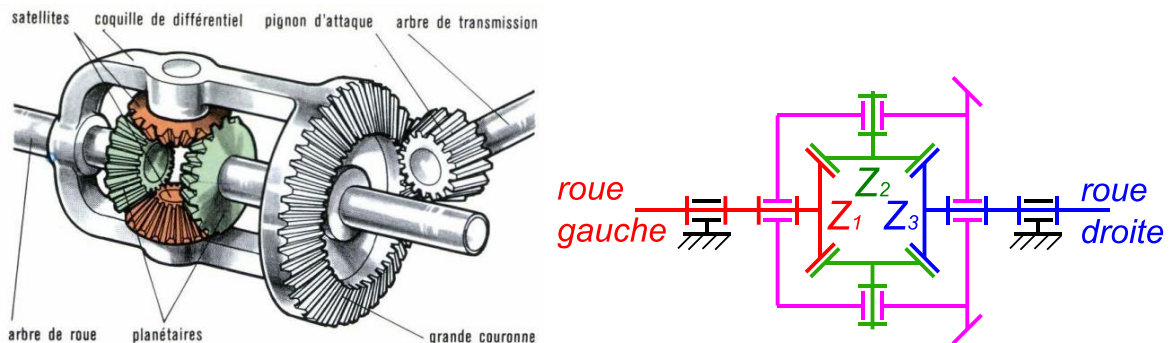
Dans certains mécanismes, le train épicycloïdal reçoit et cumule 2 entrées données. La sortie est alors déterminée par la formule de Willis en fonction de ces 2 entrées.

Ceci est le cas par exemple dans certaines voitures hybrides. Les 2 entrées sont le moteur thermique et le moteur électrique. En fonction des paramètres de conduite du véhicule, un calculateur détermine la puissance fournie par chacune des entrées. Le train épicycloïdal effectue la collecte des ces 2 entrées pour la transmettre aux roues. Dans ce cas c'est donc le calculateur qui lève la mobilité du mécanisme.

#### 3.4.3 Fonctionnement en distributeur de puissance

Les mécanismes distributeurs de puissance conservent leur mobilité pour permettre de répartir la puissance vers les 2 sorties de manière différenciée en fonction de la situation.

Le mécanisme distributeur de puissance le plus courant est le différentiel qui équipe les véhicules automobiles et qui permet de transmettre la rotation du moteur vers les 2 roues motrices. En ligne droite les satellites ne tournent pas la rotation est transmise de manière identique vers les 2 roues. En virage, les satellites rentrent en action et distribuent la vitesse (et la puissance) de manière différenciée vers les 2 roues.



Du point de vue de l'étude cinématique, le différentiel est un train épicycloïdal dont l'entrée est la roue gauche, la sortie est la roue droite, la coquille (qui est l'entrée effective) est le porte satellite. Le différentiel comporte 2 satellites en parallèles. Le système pourrait fonctionner avec un seul satellite, le second permet d'équilibrer les efforts. La raison du train est  $r=-1$ .

Pour déterminer comment la vitesse se répartit vers les 2 roues, il faut écrire la relation de puissance : la somme des puissances entrantes (>0) et des puissances sortantes (<0) est nulle.

$$C_{ps}\omega_{ps} + C_e\omega_e + C_s\omega_s = 0$$

Avec la relation de Willis, nous obtenons alors le système suivant :

$$\begin{cases} C_e\omega_e + C_{ps}\omega_{ps} + C_s\omega_s = 0 \\ r\omega_e + (1-r)\omega_{ps} + (-1)\omega_s = 0 \end{cases}$$

Nous avons 2 combinaisons linéaires du vecteur  $(\omega_e, \omega_{ps}, \omega_s)$  qui sont nulles. On en déduit que les coefficients sont proportionnels entre eux :

$$\frac{C_e}{r} = \frac{C_{ps}}{(1-r)} = \frac{C_s}{-1}$$

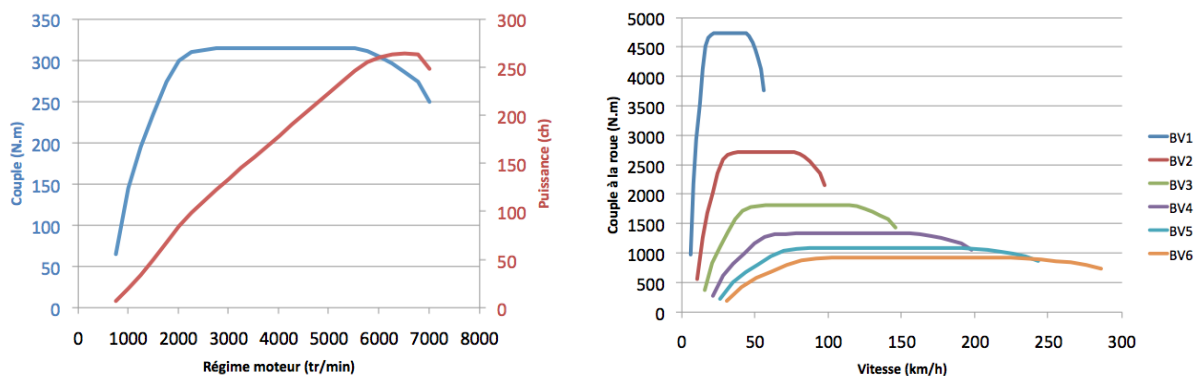
Comme la raison d'un différentiel est égal à -1, on en déduit que, le couple moteur  $C_{ps}$  se divise en 2 vers les roues droite et gauche :  $C_e = C_s = -C_{ps}/2$ . Le différentiel est donc un système qui, quelle que soit la situation (ligne droite ou virage), délivre un même couple (une même motricité) vers chacune des 2 roues.

## 4 Boîte de vitesses

### 4.1 Nécessité du changement de rapport

La figure ci-dessous à gauche donne les courbes de couple et de puissance délivrés par le moteur d'une voiture de grosse cylindrée. On constate que le couple moteur n'est optimal que pour une plage restreinte de régime (entre 2500 et 5000 tr/min).

Pour pouvoir démarrer la voiture puis la faire accélérer jusqu'à sa vitesse maximale, nous avons besoin d'un couple à la roue dans une plage qui dépasse cette plage optimale. La courbe de droite donne le couple disponible à la roue en fonction de la vitesse du véhicule et du rapport enclenché : le premier rapport permet de démarrer la voiture mais ne permet d'atteindre qu'une vitesse de 50 km/h alors que le sixième rapport permet d'atteindre une vitesse élevée mais cale le moteur à petite vitesse.



Ceci justifie la nécessité de changer de rapport durant le fonctionnement du mécanisme.

### 4.2 Etagement de boîte

On appelle « ouverture de boîte » le rapport  $BV_n/BV_1$ . Pour une automobile l'ouverture est d'environ 4,5. On appelle « étagement » le rapport  $BV_{i+1}/BV_i$ . Si le couple moteur est optimal entre 2500 et 5000 tr/min il faudrait que l'étagement soit égal à 2. En pratique cet étagement se situe autour de 1,35 (on limite l'étagement pour ne pas faire monter le moteur dans les régimes élevés). Pour couvrir toute la plage d'utilisation, il faut alors au minimum 5 rapports.

Dans le cas d'un vélo grand public, le développement (distance parcourue pour un tour de pédale) est compris entre 2m et 8m, l'ouverture de la boîte est donc de 4. Un cycliste pédale confortablement lorsque la fréquence de pédalage est comprise entre 75 et 90 coups de pédale par minute. L'étagement de la boîte doit donc être de 1,2. Il faut alors un minimum de 8 vitesses.

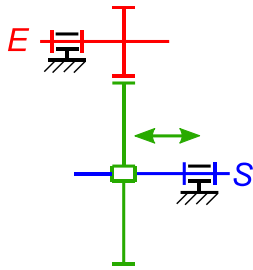
### 4.3 Sélection de vitesse

Dans la suite nous allons étudier quelques systèmes de sélection de vitesse. Ces systèmes se distinguent selon plusieurs critères :

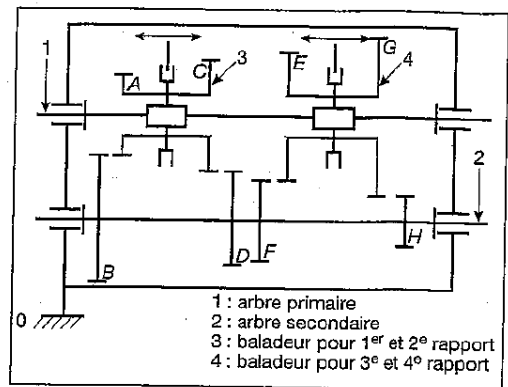
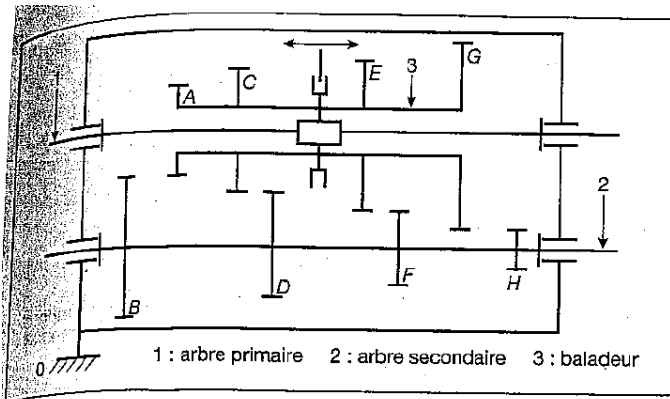
- passage de vitesse à vitesse en marche ou à l'arrêt
- passage de vitesse synchronisé ou non
- passage de vitesse sous couple

#### 4.3.1 Pignon baladeur

La boîte est composée d'un arbre primaire sur lequel est fixé le pignon menant. Le pignon mené est en liaison glissière sur l'arbre secondaire (pignon baladeur). La sélection de vitesse consiste à mettre en concordance les 2 dentures par translation du pignon baladeur.

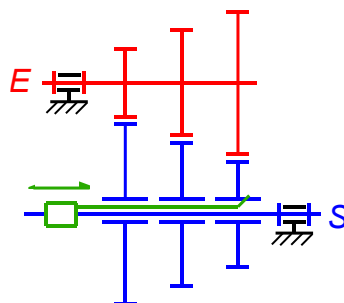


Ce type de sélection exige une denture droite. De plus, même si les entrées de dent sont arrondies (voir photo ci-dessus) pour faciliter l'imbrication des dents, le faible jeu entre les dentures exige un passage de vitesse à l'arrêt de la machine.

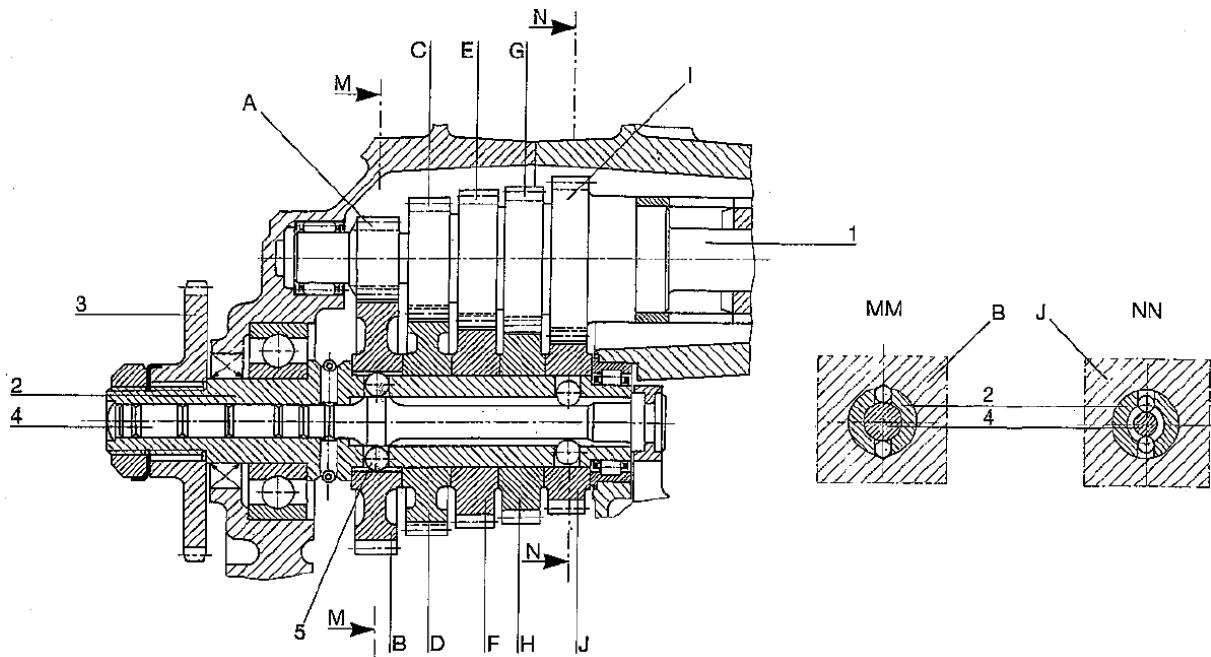


#### 4.3.2 Clavette coulissante

La boîte est composée d'un arbre primaire sur lequel sont fixés les pignons menants. Les pignons menés sont montés fous (en liaison pivot) sur l'arbre secondaire. Une clavette coulissante (en réalité une bille) vient solidariser un des pignons avec l'arbre secondaire.



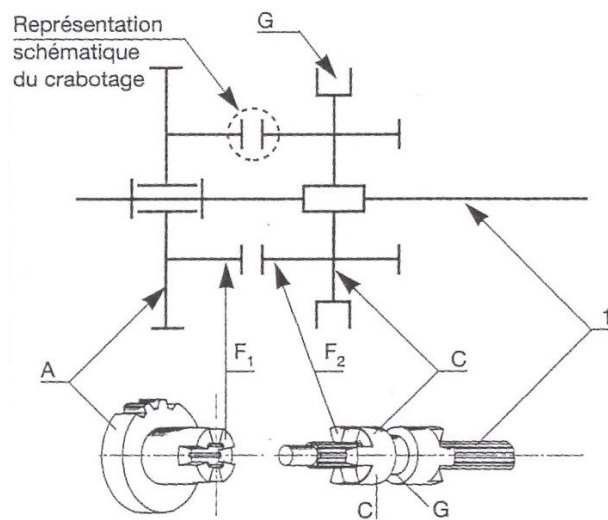




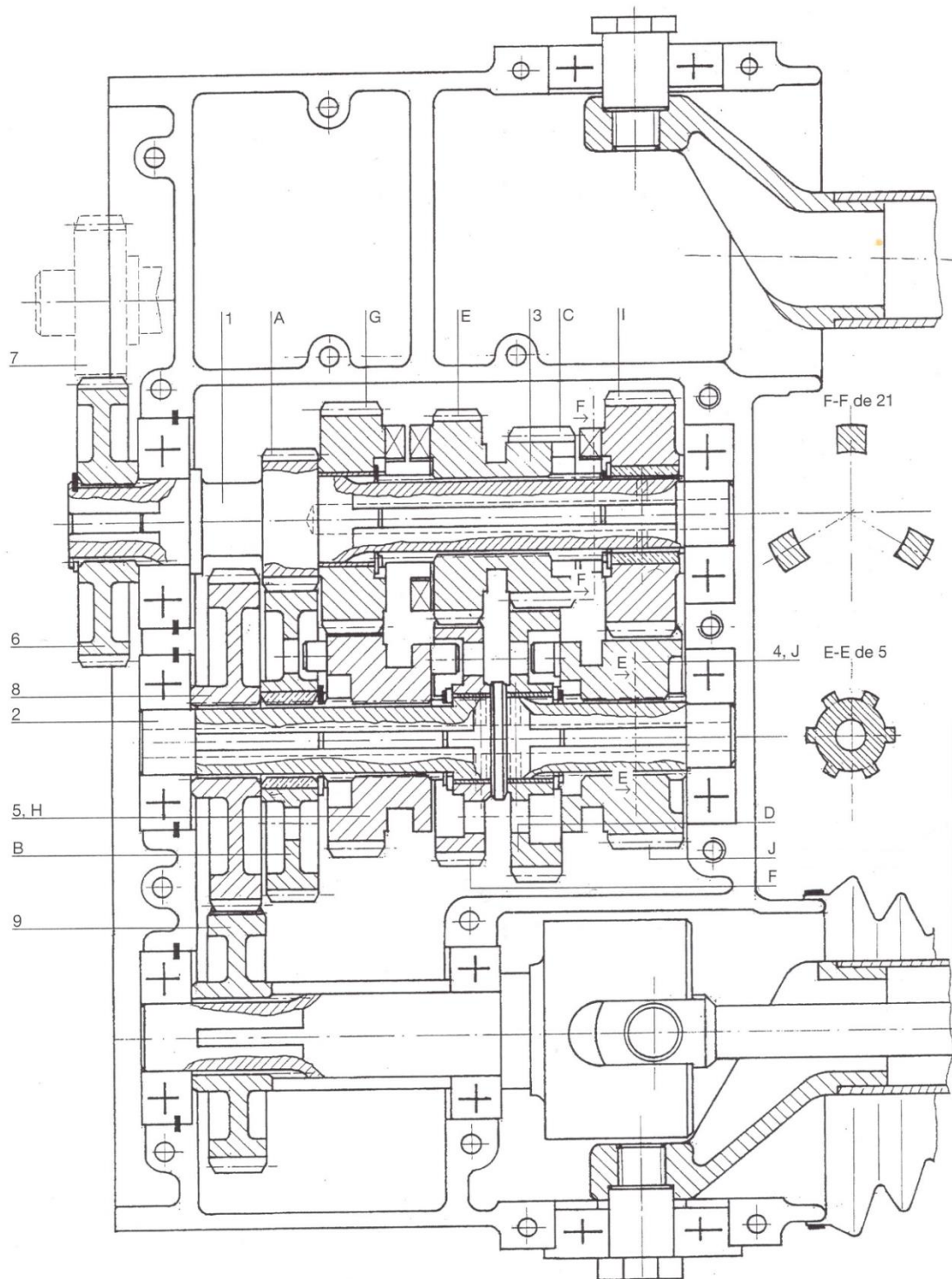
Ce type de sélection peut se faire en mouvement mais la clavette subit un choc au moment de sa sortie sous le pignon sélectionné car la vitesse relative entre l'arbre et le pignon n'est pas nulle (non synchronisée). La fragilité de la clavette limite cette solution aux faibles puissances (par exemple moto de petite cylindrée).

#### 4.3.3 Crabot

La boîte est composée d'un arbre primaire sur lequel sont fixés les pignons menants. Sur l'arbre secondaire, les pignons menés sont montés fous (en liaison pivot). Sur ce même arbre secondaire, est monté en liaison glissière et à côté du pignon, le crabot. L'enclenchement du rapport consiste à translater le crabot pour mettre en place une liaison à obstacle entre le pignon fou et le crabot. Le couple transmis vers l'arbre de sortie passe donc par le pignon, la liaison à obstacle et les cannelures.



L'exemple ci-dessous montre la boîte à 5 rapports d'une moto de grosse cylindrée.



<https://www.youtube.com/watch?v=HEANewokhEY>

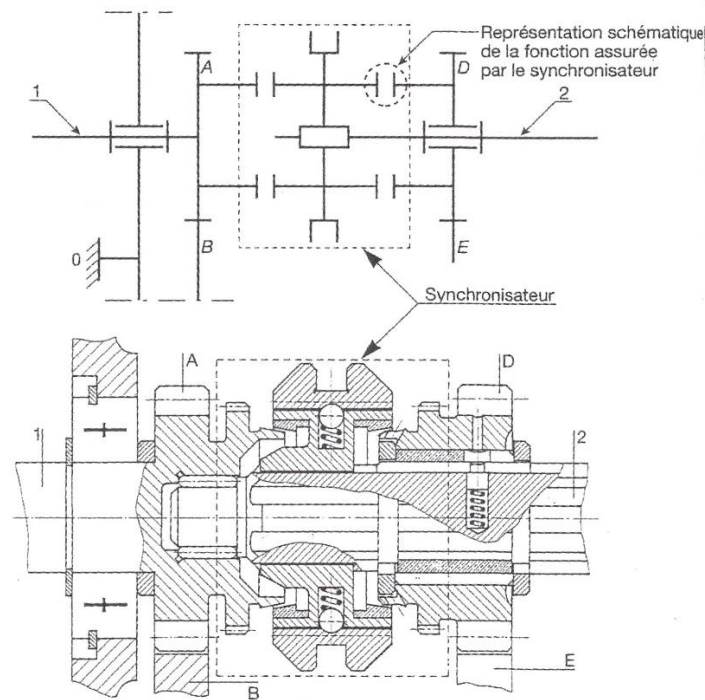
[https://www.youtube.com/watch?v=X\\_uf6I6\\_sgE](https://www.youtube.com/watch?v=X_uf6I6_sgE)

#### 4.3.4 Crabot synchronisé

Sur les exemples précédents le passage de vitesse n'est pas synchronisé. Cela signifie qu'au moment de l'enclenchement du rapport, il existe une vitesse relative entre le pignon fou et le crabot. Le passage de vitesse est alors un moment un peu délicat ou le crabot subit un choc.

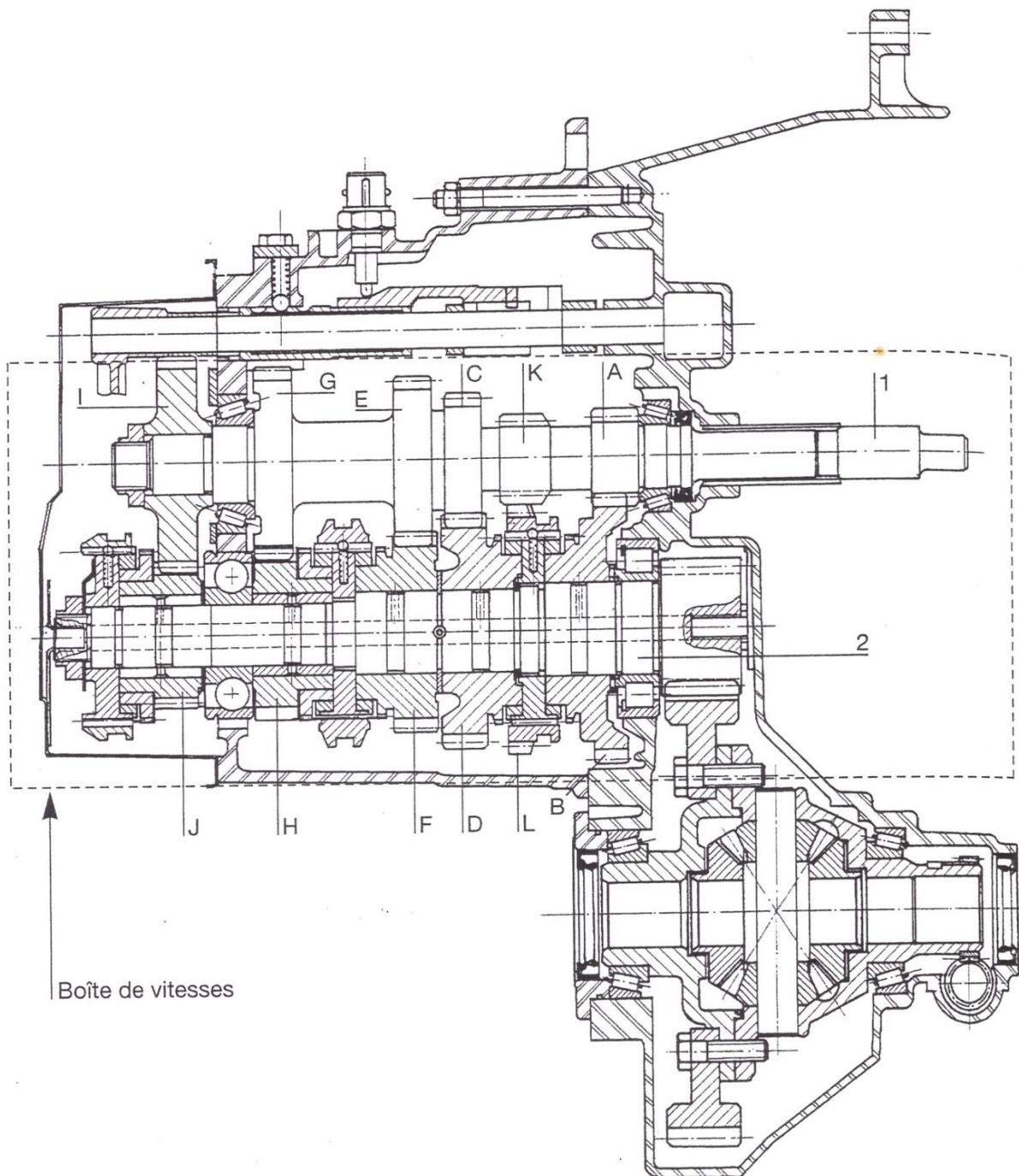
Dans les boîtes plus perfectionnées on va, avant le crabotage, annuler la vitesse relative en faisant glisser une surface conique femelle du crabot contre une surface conique mâle du pignon.

Les figures ci-dessous présentent un crabot synchronisé de voiture.



<p>Point mort</p>	
<p>Mise en contact de la bague synchro <i>a</i>, solidaire du moyeu cannelé <i>a'</i>, avec le pignon à synchroniser <i>A</i> (contact cône).</p>	
<p>Le craboteur <i>b</i>, en se déplaçant par rapport au moyeu <i>a'</i>, escamote la bille de verrouillage <i>c</i> en comprimant le ressort <i>d</i>. L'effort axial au niveau du contact cône (<i>a</i>→<i>A</i>) crée un couple de frottement tendant à égaliser les fréquences angulaires.</p>	
<p>Le craboteur <i>b</i> vient coiffer le pignon à craboter. La liaison du pignon à synchroniser avec l'arbre 2 est de type encastrement : les fréquences angulaires sont égales. Certains craboteurs disposent de trois évidements demi-sphériques <i>e</i> :  <i>e</i><sub>1</sub> : pour l'indexage de point mort  <i>e</i><sub>2</sub> : pour l'indexage en position gauche  <i>e</i><sub>3</sub> : pour l'indexage en position droite</p>	

<https://www.youtube.com/watch?v=Rjzr1KYqD1k>



#### 4.4 Boîte de vitesse automatique

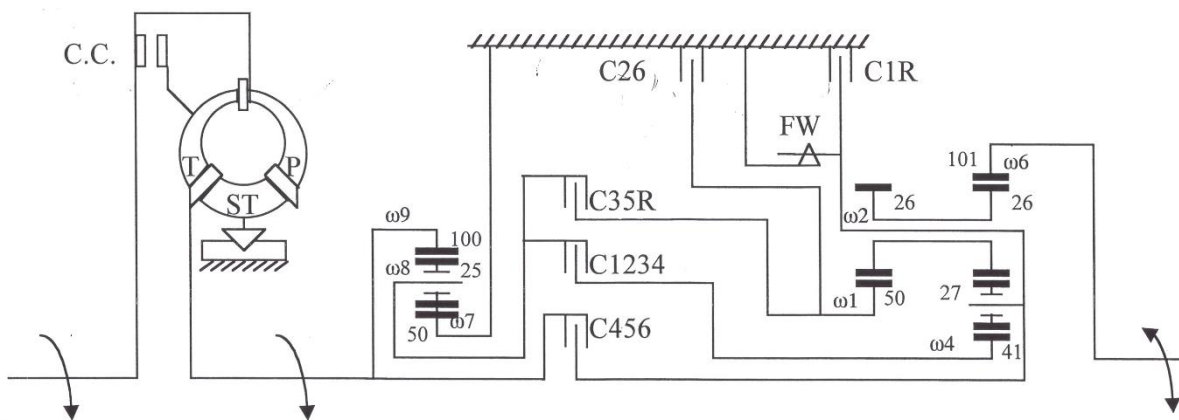
Les boîtes de vitesses traditionnelles nécessitent un embrayage qui désaccouple le moteur de la boîte de vitesses car le passage de vitesse doit se faire à couple nul.

Le passage de vitesse sous couple (powershift) n'est possible que sur les boîtes de vitesses automatiques. L'architecture de ces boîtes est fondamentalement différente et est basée sur un train de Ravigneaux dont les différents planétaires sont reliés soit au moteur soit au bâti à travers des embrayages.

Le schéma ci-dessous représente une boîte automatique à 6 rapports que l'on retrouve sur plusieurs voitures haut de gamme. Elle est composée de :

- Un coupleur convertisseur permet de relier le moteur à l'entrée de la boîte. Cette transmission hydraulique autorise un glissement relatif utile pour les phases de démarrage <https://www.youtube.com/watch?v=6apFs3IMNCg>
- Un train épicycloïdal d'entrée dont le planétaire d'entrée est la couronne de 100 dents, le planétaire de sortie est le pignon de 50 dents.
- 5 embrayages à commande hydraulique C456, C1234, C35R, C26, C1R permettent de combiner les liaisons entre les entrées du train de Ravigneaux
- Une roue libre FW permet de ne pas surcharger C1R pour les phases de démarrage
- Un train de Ravigneaux (déjà présenté au paragraphe 3.3).

<https://www.youtube.com/watch?v=6apFs3IMNCg>



	RATIO	ENGINE BRAKING	C1234	C456	C26	C35R	C1R	FW
R1			X				X*	X
R2			X		X			
R3			X			X		
R4			X	X				
R5				X		X		
R6				X	X			
REV						X	X	

#### 4.4.1 Etude du train épicycloïdal d'entrée

Formule de Willis :

$$\frac{-\omega_8}{\omega_e - \omega_8} = -\frac{100}{50}$$

D'où

$$\frac{\omega_8}{\omega_e} = \frac{2}{3}$$

#### 4.4.2 Etude du train de Ravigneaux

Le train T1 d'entrée Z1=50 et de sortie Z6=101 a pour équation :

$$\frac{\omega_6 - \omega_{ps}}{\omega_1 - \omega_{ps}} = -\frac{50}{101}$$

Le train T2 d'entrée Z4=41 et de sortie Z6=101 a pour équation :

$$\frac{\omega_6 - \omega_{ps}}{\omega_4 - \omega_{ps}} = \frac{41}{101}$$

#### 4.4.3 Calcul des rapports

La grille sous le schéma indique les embrayages actifs pour chaque rapport.

##### Rapport de 1ère

On a C1234 actif donc  $\omega_4=2/3\omega_e$  et C1R actif donc  $\omega_{ps}=0$ . Comme le porte-satellite est bloqué, on a un train à axes fixes. Le train T2 donne directement :

$$\omega_6 = \frac{3 \times 41}{2 \times 101} \omega_e$$

##### Rapport de 2ème

On a C1234 actif donc  $\omega_4=2/3\omega_e$  et C26 actif donc  $\omega_I=0$ . On a alors le système :

$$\begin{cases} \frac{\omega_6 - \omega_{ps}}{-\omega_{ps}} = -\frac{50}{101} \\ \frac{\omega_6 - \omega_{ps}}{\frac{2}{3}\omega_e - \omega_{ps}} = \frac{41}{101} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{ps} = \frac{101}{151} \omega_6 \\ \frac{2}{3} \frac{151\omega_6 - 101\omega_6}{151\omega_e - 101\omega_6} = \frac{41}{101} \end{cases}$$

Le train T2 donne alors :

$$\omega_6 = \frac{2 \times 41 \times 151}{3 \times 101 \times 91} \omega_e$$

##### Rapport de 5ème

On a C456 actif donc  $\omega_{ps}=\omega_e$  et C35R actif donc  $\omega_I=2/3\omega_e$ . On a alors le système :

$$\begin{cases} \frac{\omega_6 - \omega_e}{\frac{2}{3}\omega_e - \omega_e} = -\frac{50}{101} \\ \frac{\omega_6 - \omega_e}{\omega_4 - \omega_e} = \frac{41}{101} \end{cases}$$

Le train T1 donne directement

$$\omega_6 = \frac{353}{303} \omega_e$$

##### Rapport de 3ème

On a C1234 actif donc  $\omega_4=2/3\omega_e$  et C35R actif donc  $\omega_I=2/3\omega_e$ . Ce rapport est singulier car on entre la même vitesse dans les 2 trains du Ravigneaux.

$$\begin{cases} 101(\omega_6 - \omega_{ps}) = -50 \left( \frac{2}{3}\omega_e - \omega_{ps} \right) \\ 101(\omega_6 - \omega_{ps}) = 41 \left( \frac{2}{3}\omega_e - \omega_{ps} \right) \end{cases}$$

La seule solution de cette équation est :

$$\omega_6 = \omega_{ps} = \frac{2}{3} \omega_e$$

# TD : Etude d'une transmission de vélo

Le mécanisme qui vous est proposé est un pédalier de bicyclette. Ce pédalier est composé d'un train épicycloïdal de Ravigneaux qui permet d'obtenir 3 rapports de transmission différents qui remplacent les 3 plateaux avant qui équipent d'habitude une bicyclette.



L'ensemble pédalier/pédales constitue le porte-satellite du train.

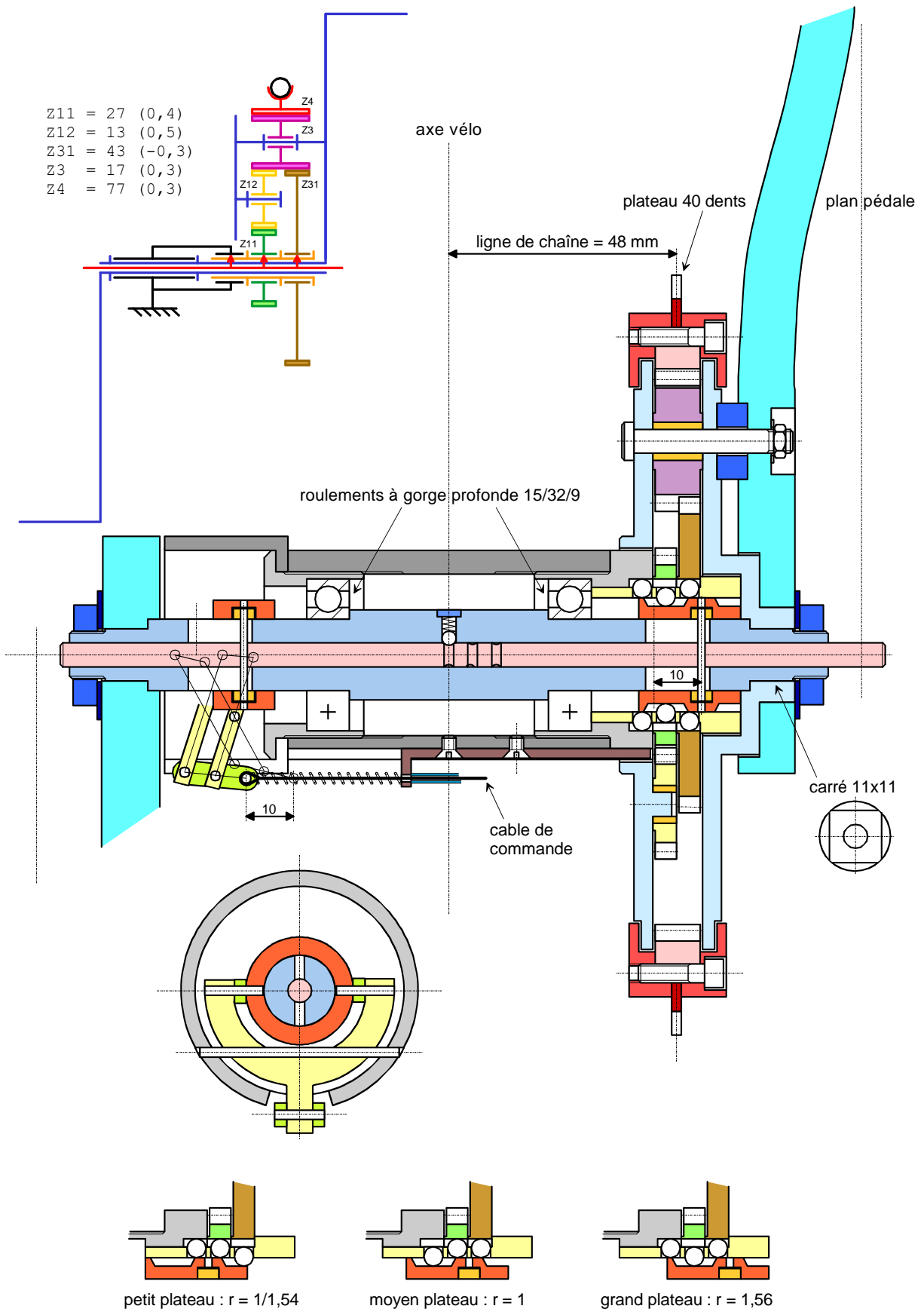
Les planétaires intérieurs (pignons de 27 et 43 dents) sont reliés à un système de clavette coulissante qui permet la sélection de vitesse par la translation de la tige de commande centrale.

Le planétaire extérieur (couronne de 77 dents) du train est muni d'un plateau de 40 dents qui transmet le mouvement par une chaîne de vélo classique vers les pignons montés sur la roue arrière.



Les pignons de la roue arrière ne sont pas à étudier ici mais il s'agit également d'un système nouveau qui permet d'obtenir 3 rapports sans déraillement de chaîne. Pour simplifier vous considérerez que la roue arrière est munie de 3 pignons de 18, 21 et 24 dents. L'ensemble de la transmission permet donc d'obtenir 9 rapports sans translation (donc sans déraillement) de la chaîne.

La roue arrière est une roue de 700 (diamètre de la roue=700mm).





## PARTIE 1 : Analyse du mécanisme

### Sélection de vitesse

Expliquez le fonctionnement du système de sélection de vitesse à clavette coulissante.

Pour les 3 positions du sélecteur expliquez quelles sont les liaisons entre le pignon de 27 dents, le pignon de 43 dents et le bâti.

### Calcul des rapports

Expliquez ce qu'est un train de Ravigneaux.

Ecrivez les équations cinématiques qui régissent ce train.

Pour les 3 positions du sélecteur, calculez le rapport de vitesse entre les pédales (le porte-satellite) et le plateau de sortie (couronne planétaire de 77 dents)

### Calcul des développements

Le développement consiste à calculer pour un tour de pédale, l'avancement de la bicyclette. Calculez les 9 développements.

Commentez l'étagement de la transmission.

## PARTIE 2 : Etude dynamique

Pour équilibrer le mécanisme, le train de Ravigneaux est composé de 3 équipements (3 ensembles de satellites montés en parallèle à  $120^\circ$ ). Un cycliste en (très) bonne forme développe 200 W.

### Effort sur la denture

Calculez l'effort transmis à l'axe du porte-satellite qui supporte le pignon de 17 dents (on prendra comme entraxe de ce pignon 45mm)

En isolant ce pignon calculez l'effort transmis par la denture

### Effort supporté par les billes

Les 6 billes qui font office de clavette sont de diamètre 4mm et sont disposées sur un rayon de 14mm. En isolant le pignon de 43 dents calculez la force encaissée par chaque bille.

### Estimation de la pression de contact sur les billes

Estimez la pression de contact sur les billes.

## PARTIE 3 : Etude d'un engrenage

L'engrenage formé par les pignons de 27 et 13 dents est un engrenage parallèle droit. Les 2 pignons sont en acier ( $E=210000$  MPa,  $\nu=0,3$ ).

		pignon	roue
Z	nombre de dents	13	27
x	coef. de déport	0,5	0,4
$m_0$	module de taille	1,5 mm	1,5 mm
$\alpha_0$	angle de pression de taille	$20^\circ$	$20^\circ$
$h_{a_0}$	saillie crémaillère	1,25	1,25
$h_{f_0}$	creux crémaillère	1	1
b	largeur	4 mm	4 mm

#### Question 1

Expliquez la différence entre le rayon de base et le rayon de pied.

Calculez pour le pignon et la roue les rayons de base, de pied, d'outil, et de tête.

#### Question 2

Calculez l'angle de pression de l'engrenage. Déduisez-en les rayons primitifs et l'entraxe.

#### Question 3

Montrer que l'engrenage ainsi défini ne présente pas d'interférence en pied de dent du pignon.

#### Question 4

Calculez le rapport de conduite de cet engrenage.

#### Question 5

Faites une estimation de la contrainte en pied de dent. Cette contrainte vous paraît-elle admissible ?  
Pourrait-on envisager des pignons en matière plastique ?

#### Question 6

Donnez l'allure de la courbe de pression de contact en fonction de la position du point d'engrènement.  
Calculez cette pression en début d'engrènement (pied de dent du pignon) et en fin d'engrènement (pied de dent de la roue). Qu'en concluez-vous ?