

Computational approach of systems design in engineering

Calcul Scientifique pour la Conception de Systèmes, Partie 2 (CSCS2)

D. Lemosse^{1,2}

¹Département de Mécanique, INSA Rouen Normandie

²Laboratoire de Mécanique de Normandie, EA 3828

Mai 2020

- 1 Modèles éléments finis en mécanique des solides
 - Modélisation des pièces massives
 - Modélisation particulières
- 2 Dimensionnement mécanique
 - Etat limite - contrainte maximale
 - Tenue à la fatigue

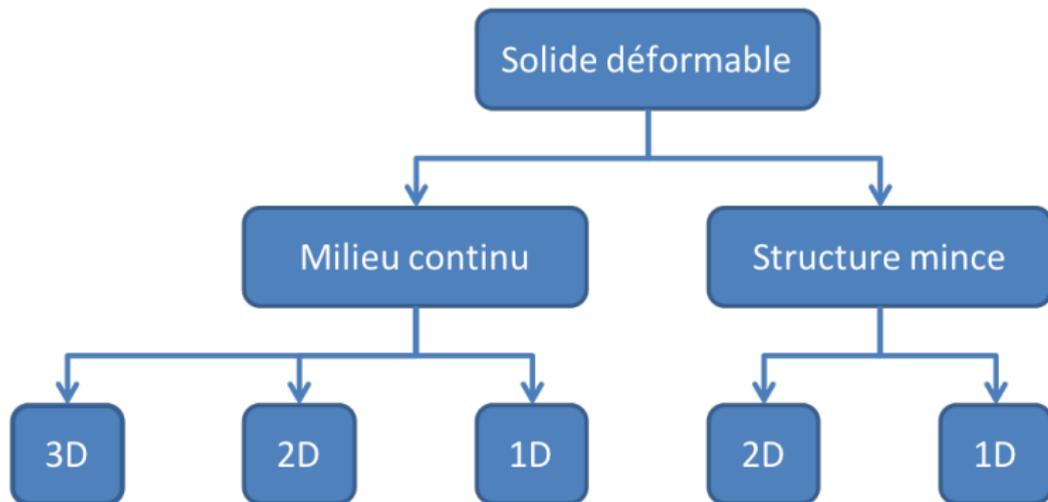
1 Modèles éléments finis en mécanique des solides

- Modélisation des pièces massives
- Modélisation particulières

2 Dimensionnement mécanique

- Etat limite - contrainte maximale
- Tenue à la fatigue

Modélisation des solides



Familles de modèles éléments finis

Mécanique des solides déformables

- Éléments massifs
- Éléments d'élasticité plane (contrainte ou déformation plane)
- Éléments axisymétriques
- Éléments de barre

Résistance des matériaux

- Éléments plaques et coques
- Éléments de poutre

Modèles rhéologiques

- Éléments ressort
- Éléments rigides
- Éléments de masses

Mécanique des solides déformables

Directement obtenus à partir des équations de la mécanique des milieux continus. Eventuellement avec des hypothèses de comportement global (élasticité plane par exemple).

Les degrés de liberté sont les déplacements liés à des points matériels.

Les efforts sont traduits par un tenseur des contraintes complet ou partiel.

Modèles de mécanique des solides déformables

- 3D - Éléments massifs
- 2D - Éléments d'élasticité plane (contraintes ou déformations plane)
- 2D - Éléments axisymétriques
- 1D - Éléments de barre

Eléments massifs

Topologie 3D

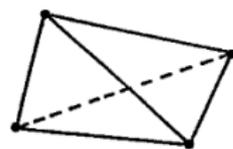
Cinématique déplacements (U, V, W) aux noeuds.

Statique Tenseur des contraintes dans l'élément ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$).

Propriétés physiques -

Matériau Relation de comportement et données matériaux.

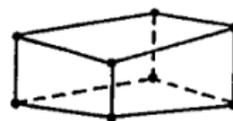
Supports géométriques tétraèdre, hexaèdre, prisme.



(4 noeuds)



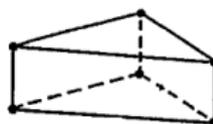
(10 noeuds)



(8 noeuds)



(20 noeuds)

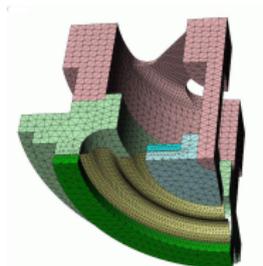
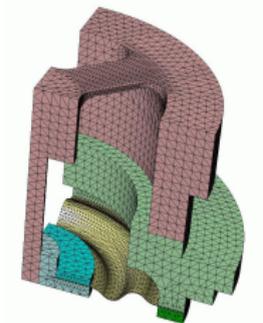
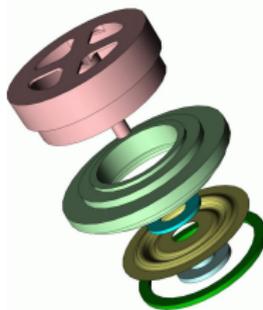
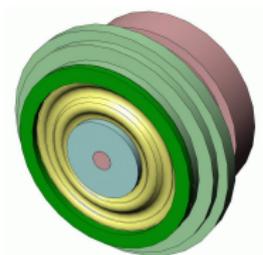


(6 noeuds)



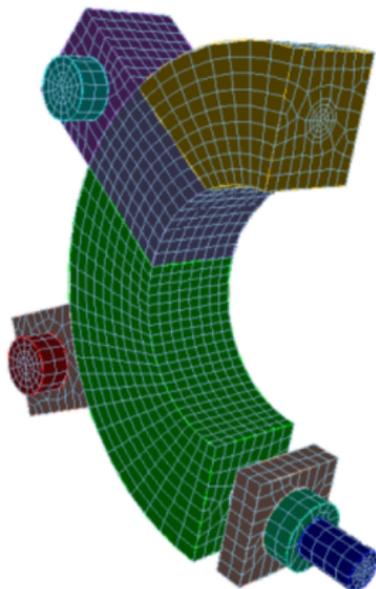
(15 noeuds)

Éléments massifs - exemple



Maillages structurés et partition

Il faut toujours préférer les éléments hexaédriques. L'obtention de maillage structuré. Ces maillages sont obtenus par transformation trans-finies ou par extrusions. Sur des géométrie complexe, ce type de maillage nécessite le partitionnement de la géométrie complète en éléments plus simples.



Eléments plans

Topologie 2D

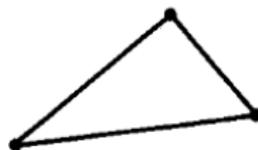
Cinématique déplacements (U, V) .

Statique Tenseur des contraintes dans l'élément $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$.

Propriétés physiques Epaisseurs.

Matériau Relation de comportement (hypothèse σ_p ou ϵ_p) et données matériaux.

Supports géométriques triangle, quadrangle (dans le plan (O, \vec{X}, \vec{Y})).



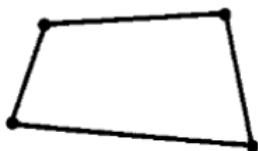
(3 noeuds)



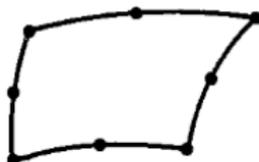
(6 noeuds)



(9 noeuds)



(4 noeuds)

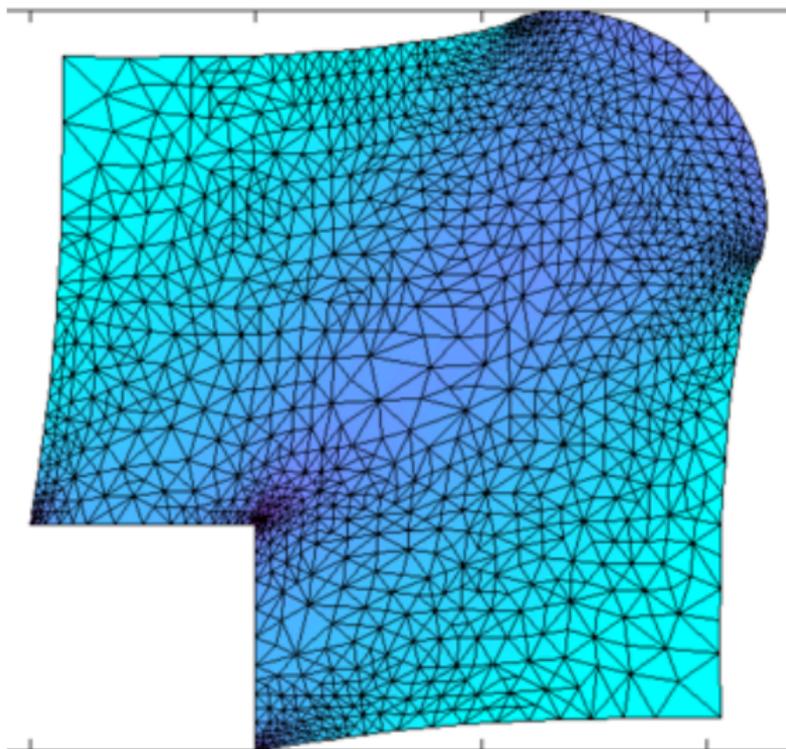


(8 noeuds)



(12 noeuds)

Éléments plans - exemple



Éléments axisymétriques

Topologie 2D

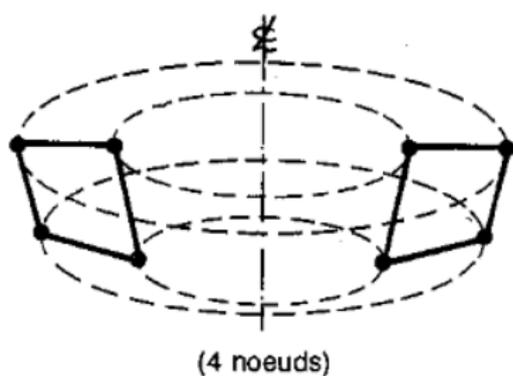
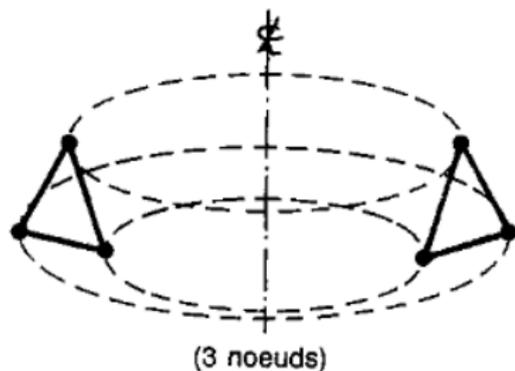
Cinématique déplacements (U_r, U_z) aux noeuds.

Statique Tenseur des contraintes dans l'élément ($\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}$).

Propriétés physiques -

Matériau Relation de comportement axisymétrique et données matériaux.

Supports géométriques triangle, quadrangle (dans le plan $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$).



Eléments de barre

Topologie 1D

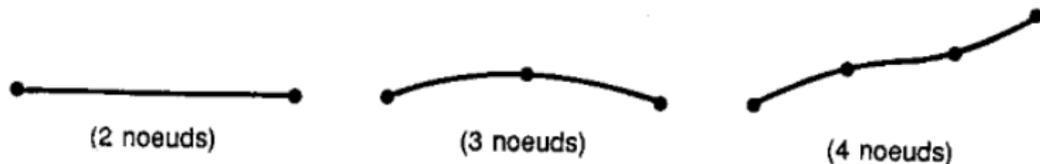
Cinématique déplacements (U) aux noeuds.

Statique Tenseur des contraintes dans l'élément (σ_x).

Propriétés physiques Aire de la section.

Matériau Relation de comportement et données matériaux.

Supports géométriques linéique.



- 1 Modèles éléments finis en mécanique des solides
 - Modélisation des pièces massives
 - Modélisation particulières
- 2 Dimensionnement mécanique
 - Etat limite - contrainte maximale
 - Tenue à la fatigue

Types de dimensionnements

Cinématique (rigidité)

- assurer une position (antenne)
- assurer un déplacement (débattement d'un capteur)

Statique (résistance)

- état de contrainte inférieur à un état limite
- non plastification (limite élastique pour les matériaux ductiles) - fonctionnement normal
- non rupture (limite à la rupture) - accident

Fatigue

- chargement cyclique avec effort modéré (ou non)
- tenue ou nombre de cycles

Flambement

- structures élancées en état de compression
- phénomène de bifurcation - instabilité

Contrainte maximale

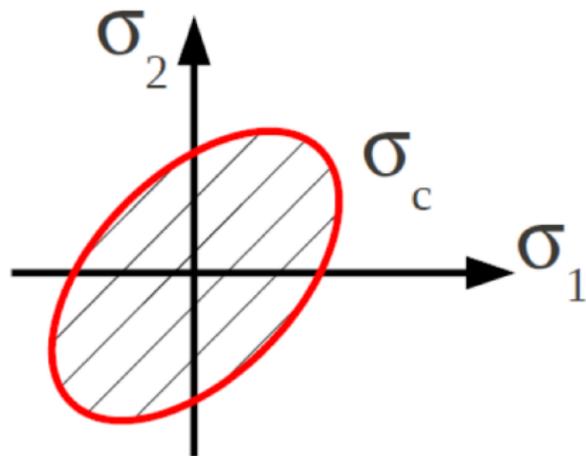
Limite élastique
Critère de Von Mises

$$\sigma < \sigma_{limite}$$

$$[\sigma] \rightarrow \sigma_{VM} < \sigma_{limite}$$

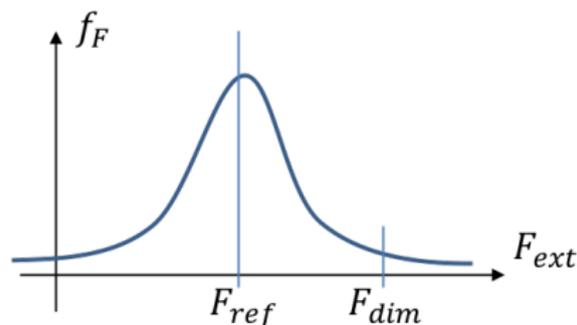
$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

Matériaux ductiles
Insensible en hydrostatique.
Matériaux métalliques



Facteurs de sécurité

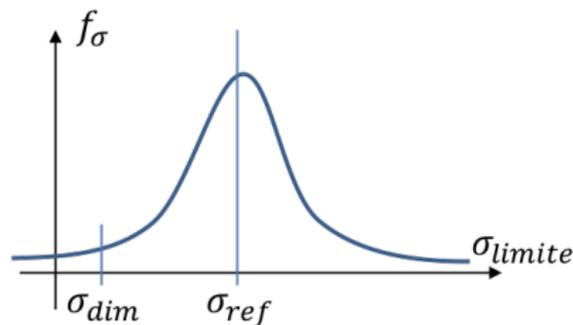
Prendre en compte les variations des efforts, en particulier la valeur maximale.
Prendre en compte aussi les écarts des caractéristiques matériaux.



$$F_{dim} = \gamma_F \cdot F_{ref} \rightarrow [\sigma]$$

On va donc chercher à vérifier

$$\sigma(F_{dim}) < \sigma_{dim}$$



$$\sigma_{dim} = \frac{\sigma_{ref}}{\gamma_\sigma}$$

Les coefficients sont classiquement entre 1.5 et 4, mais peuvent aller jusqu'à 10 sur les engins de levages pouvant mettre en jeu la vie d'utilisateurs. La valeur du coefficient dépend de la maîtrise de son évaluation.

Fatigue

Cas classique : sollicitations inférieures aux limites élastique mais avec un nombre important de charge-décharge (>1000).

Causes : singularités géométriques (échelle μm) qui cause des concentrations de contraintes locales qui génèrent des fissures qui se propagent.

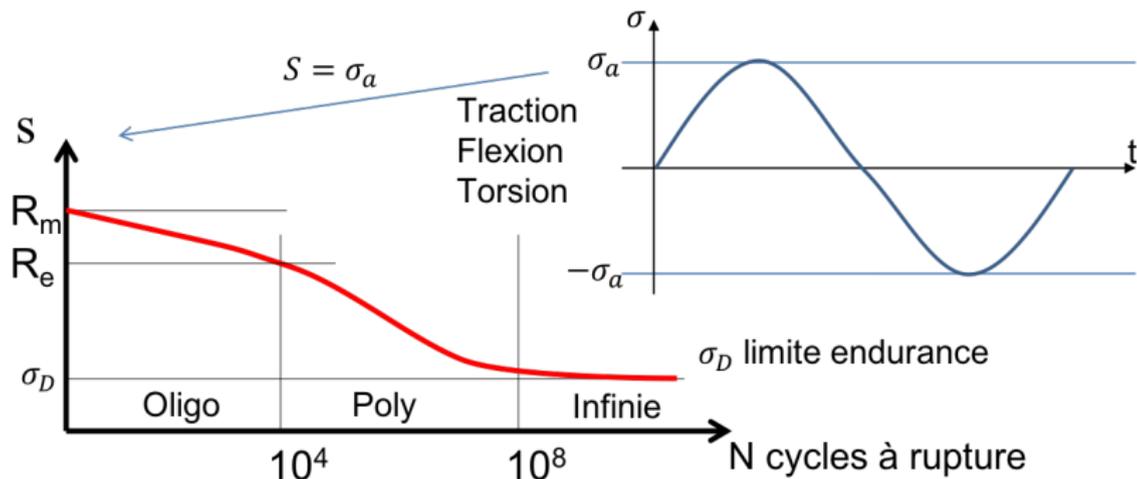
Plusieurs modélisations du phénomène existent, empiriques et analytiques suivant le type de sollicitation (en particulier du ratio contrainte/cycles).



Courbe de Wöhler

Résultats empiriques : courbe de Wöhler

Conditions expérimentales : sollicitations sinusoïdale, contrainte homogène sur éprouvette, matériau homogène, conditions normalisée température état de surface.



Contrainte limite d'endurance

On définit la contrainte σ_D au dessous de laquelle la durée de vie d'un matériau (en nombre de cycles) est infini.

- Alliages ferreux : σ_D existe.
- Alliages non ferreux : σ_D n'existe pas, par convention c'est la valeur pour une durée de vie de $5 \cdot 10^8$ cycles.

Matériau	σ_D
Fontes et aciers moulés	$0.4R_m$
Aciers laminés	$0.5R_m$
Aciers haute résistance	$[0.3R_m, 0.4R_m]$
Alliages légers coulés	$0.3R_m$
Alliages légers	$0.4R_m$
Alliages de titane	$[0.3R_m, 0.6R_m]$

Lois analytiques empiriques de fatigue

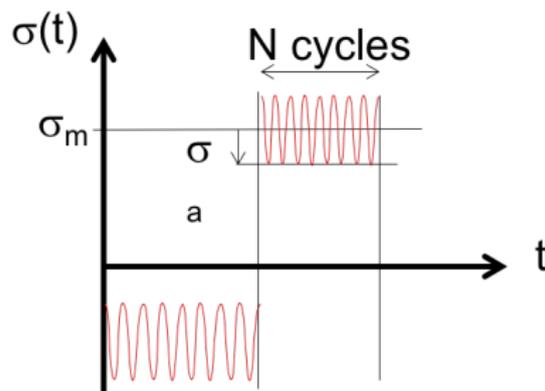
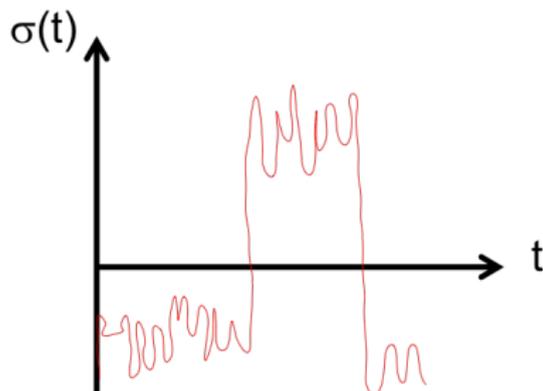
Loi de Basquin $N \cdot S^m = C \rightarrow \log(N) = \log(C) - m \cdot \log(S)$

$$\text{Fer } \log(N) = 3 \left(1 + \frac{\log\left(\frac{S}{0.9R_m}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_D}{0.9R_m}\right)} \right)$$

$$\text{Non ferreux } \log(N) = 3 \left(1 + 1.9 \frac{\log\left(\frac{S}{0.9R_m}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_D}{0.9R_m}\right)} \right)$$

Histoire du chargement

Pas un sinus parfait, niveaux de contrainte différents au cours du temps

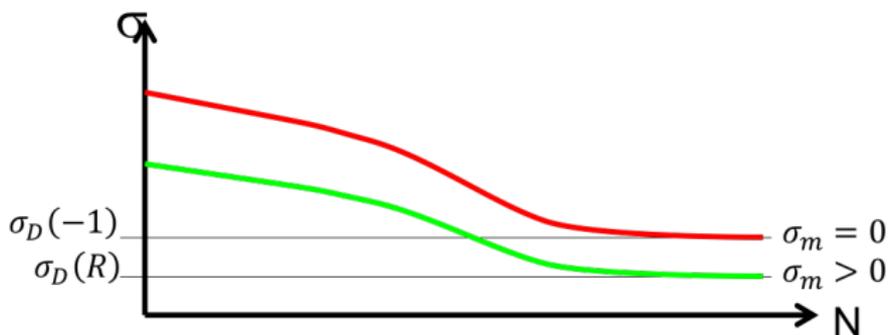


Sur chaque zone on définit :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad \text{et} \quad \sigma_{=} = \frac{\sigma_{min} + \sigma_{max}}{2}$$

Modification de la courbe de Wöhler

En fonction de l'historique de sollicitation, on modifie la courbe de durée de vie potentielle.



Des lois empiriques de durée de vie sont proposées :

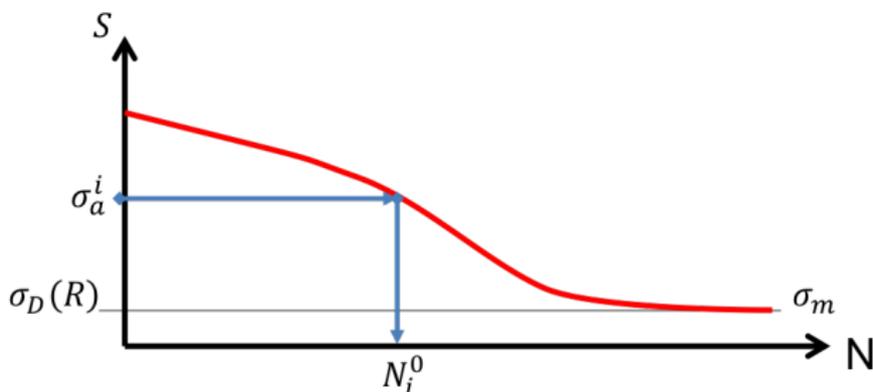
$$\text{Soderberg} \quad \frac{\sigma_D(R)}{\sigma_D(-1)} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1$$

$$\text{Goodman} \quad \frac{\sigma_D(R)}{\sigma_D(-1)} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$$

Etat de la structure

R	σ_m	Etat
> 0	> 0	Traction
> 0	< 0	Compression
< 0	tous	Alternée

Vérification de la tenue en fatigue



Chaque cycle d'amplitude σ_a^i de N_i cycles est associé à une valeur N_i^0 de cycles admissibles.

On calcul l'endommagement par fatigue de chaque cycle : $e_i = \frac{N_i}{N_i^0}$

L'endommagement sur la durée de vie complète est : $e = \sum e_i$

On conclue alors :

$e < 1$ Pas d'endommagement par fatigue.

$e \geq 1$ Fissuration pouvant induire la rupture par fatigue.

Types de dimensionnements