

Algorithmes et Structures de Données

Mardi 24 Octobre 2017

Durée 2H – Cours et TD NON autorisés

Exercice 1 : Pile (5 pts)

Soit la fonction de Newman-Conway implémentée comme suit :

```

Fonction u (n : entier) : entier
Var res : entier
Début
Si (n <= 1)
    Alors res ← 1
    Sinon res ← u(u(n-1){@1}){@2} + u(n - u(n-1){@3}){@4}
FinSi
retourner(res)
Fin

```

Simuler la pile pour l'appel écrire(u(3)) {@0} dans le programme principal.

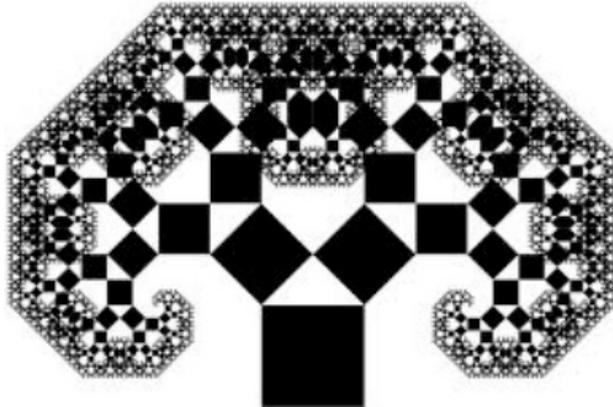
Exercice 2 : Position (5 pts)

On souhaite écrire la fonction pos définie sur le type chaîne. pos(c1, c2) retourne la position d'une chaîne c2 dans une autre c1 ; 0 si c2 n'apparaît pas dans c1.

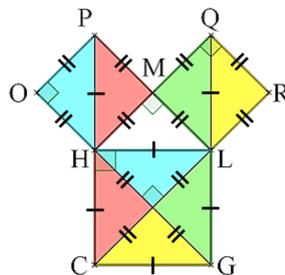
2.1. Expliquer en français le principe **itératif** de cette fonction.

2.2. Ecrire en pseudo-langage la fonction **itérative** qui réalise cette opération.

Exercice 3 : Arbre de Pythagore (5 pts)



La construction de l'arbre de Pythagore débute avec un simple carré. Sur ce carré sont construits deux autres carrés, tels que les coins des carrés soient en contact.



La procédure est appliquée récursivement jusqu'à l'infini (ou presque !). L'illustration ci-dessous donne les 4 premiers appels de la construction.



3.1. Montrer que les égalités suivantes sont vraies quelle que soit l'orientation des carrés :

$$c.x = b.x - (a.y - b.y)$$

$$c.y = b.y - (b.x - a.x)$$

$$d.x = a.x - (a.y - b.y)$$

$$d.y = a.y - (b.x - a.x)$$

$$e.x = d.x + (c.x - a.x) / 2$$

$$e.y = d.y + (c.y - a.y) / 2$$

3.2. Expliquer en français la méthode pour réaliser cet affichage de façon **récurive**.

3.3. Ecrire en pseudo-langage la procédure **récurive** Pythagore-tree (E a,b : coord)

On suppose que la procédure dessine-carré(E a,b,c,d : coord) et la fonction distance(a,b : coord) sont données.

Exercice 4 : Chiffre de Vigenère (5 pts)

Le **chiffre de Vigenère** est un algorithme de codage de message qui consiste à changer une lettre par une autre, qui n'est pas toujours là même. Cela permet une plus grande sécurité. Cet algorithme utilise une clé sous la forme d'un mot et la **table de Vigenère (donnée ci-dessous)**. Plus la clé sera longue, plus le cryptage sera dur à deviner.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Principe de chiffrement

Pour chaque lettre du message à coder, on écrit chaque lettre de la clé et on répète le motif autant de fois que nécessaire. Les lettres du message correspondent aux colonnes de la table de Vigenère et celles de la clé aux lignes. A chaque couple (lettre message, lettre clé), correspond une seule lettre dans la table. Les lettres concaténées formeront le message codé.

Exemple :

Pour le message « bonjour chez vous » et la clé « prisonnier » :

BONJOUR CHEZ VOUS

PRISONN IERP RISO

QFVBCHE KLVO MWMG

Le message codé est « qfvbche klvo mwmg »

4.1. Expliquer en français comment effectuer la traduction d'un message (message et message codé sont enregistrés dans 2 fichiers texte) de façon optimale. La clé et la table sont données dans deux fichiers textes séparés. Décrire les structures de données utilisées.

4.2. Ecrire en pseudo-langage le programme qui réalise cette traduction (possibilité écrire plusieurs procédures ou fonctions).